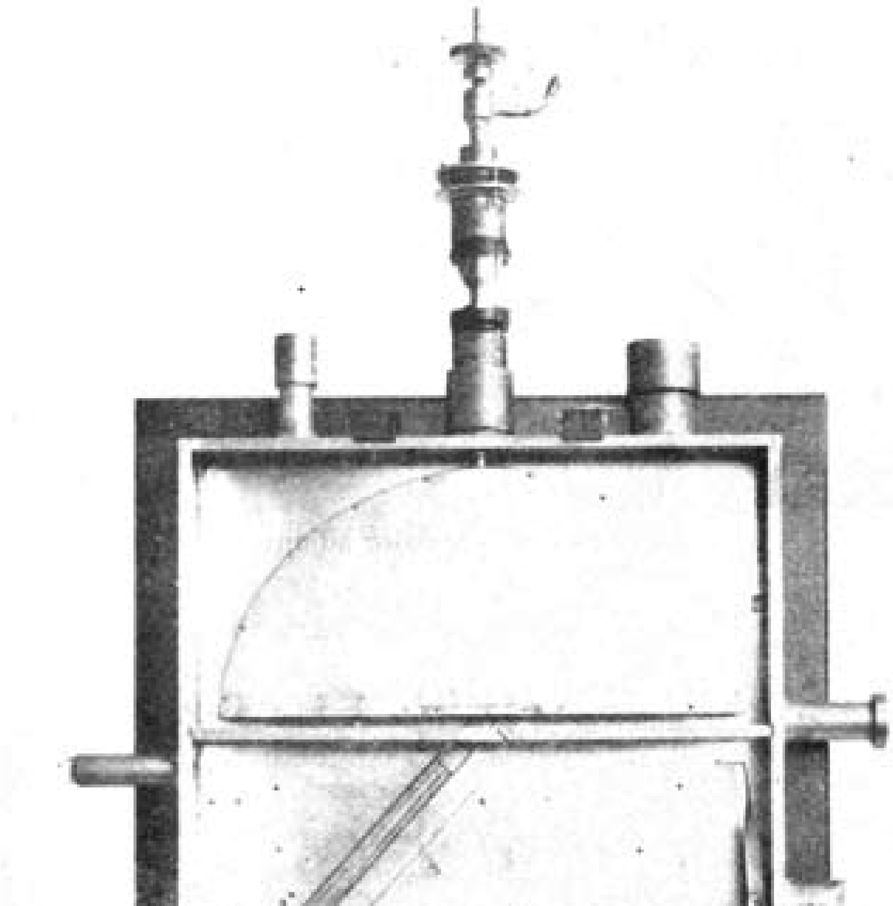
La teoría cuántica de campos

Desintegración de un átomo de nitrógeno

Ciclotrón de Lawrence y Livingston (1931)



Mario Maya *

Introducción

La mecánica cuántica ordinaria da una descripción adecuada de una gran parte de los fenómenos físicos a nivel microscópico y lo hace con gran éxito, pero falla en dos aspectos: primero, es incapaz de predecir el comportamiento de partículas con altas velocidades, segundo, es una teoría que describe sistemas con números fijos de partículas de cada clase y por lo tanto no le es posible explicar fenómenos en los que aparecen y desaparecen partículas; por ejemplo, en el decaimiento beta de átomos radiactivos, un neutrón del núcleo desaparece, aparece en su lugar un protón con la emisión de un electrón y un neutrino.

Como es evidente que no se puede descartar a la mecánica cuántica, es necesario ampliarla para que sea relativista y proveerla de un mecanismo para explicar la creación y destrucción de partículas. El resultado es la teoría cuántica de campos.

* Escuela de Físico-Matemáticas, UAP. Avenida Universidad y avenida San Claudio, C. U., C. P. 72570, Puebla, Pue.

elementos núm. 11, año 3. vol. 2. Impreso en México.

En el lenguaje de la teoría cuántica de campos se dice que las partículas son los cuantos del campo; así, los fotones son los cuantos del campo electromagnético. La interacción entre partículas se entiende como el intercambio entre los cuantos del campo de interacción. Por ejemplo, dos electrones interaccionan enviándose mutuamente fotones.

Entre las diversas teorías de campo, la más exitosa es la electrodinámica cuántica, la cual hace predicciones que coinciden con los experimentos con una exactitud asombrosa. Es por ello que la electrodinámica cuántica es el modelo a seguir para las demás teorías de campo cuántico-relativistas.

En estas notas hacemos una introducción elemental a la teoría cuántica de campos y a su relación con otros aspectos, tales como la naturaleza de las partículas y algunas de sus propiedades. El enfoque es hacia las partículas elementales, aunque el grado de aplicación de esta teoría es más amplio.

Segunda Cuantización

En términos muy generales podemos decir que la primera cuantización consiste en la cuantización de las variables dinámicas de un sistema, por ejemplo, la energía de la radiación electromagnética que absorbe un átomo, o el momento angular de un electrón en un átomo. Estas variables necesariamente resultan cuantizadas al resolver la ecuación de Schrödinger. La segunda consiste en la cuantización de las soluciones de la ecuación de Schrödinger.

Equivalentemente, en la primera cuantización asociamos operadores a las variables físicas, por ejemplo, al momento lineal

$$p \leftrightarrow -i\hbar \nabla$$

a la energía

$$E \leftrightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

etc. En la segunda cuantización, a la solución de la ecuación de Schrödinger la convertimos en un operador que crea y destruye partículas. Este operador representa a un determinado tipo de partículas y es llamado operador de campo o simplemente campo.

Supongamos que u_n (x) es solución de la ecuación estacionaria de Schrödinger y forma parte de un conjunto completo y ortonormal. Cualquier solución puede ser expresada como

$$\psi(x) = \sum_n c_n u_n(x) \qquad (1)$$

En la mecánica cuántica ordinaria los coeficientes c_n son números complejos. En la segunda cuantización los coeficientes c_n son operadores y así ψ (x) es un operador de campo, aunque la expresión equivalente a (1) es algo más compleja, como veremos después.

Aquí debemos hacer un paréntesis en lo que se refiere a campos, para hablar de una notable propiedad de las partículas que existen en el mundo físico.

Las partículas microscópicas, las cuales deben ser tratadas cuánticamente, pueden ser clasificadas desde varios puntos de vista. El que adoptamos aquí es el siguiente: las partículas son de dos clases, las que obedecen el principio de exclusión de Pauli, y las que no lo obedecen. El principio de Pauli es: Dos partículas idénticas no pueden estar en el mismo estado cuántico

Parece que no hay excepción a esta regla. Sólo hay dos tipos de partículas: las de Fermi-Dirac (fermiones), las cuales satisfacen el principio de Pauli y que tienen espín semientero y las de Bose-Einstein (bosones), que no conocen el principio de Pauli y tienen espín entero. Todos los resultados experimentales confirman este hecho.

La teoría cuántica de campos toma en cuenta esta diferencia y postula que los coeficientes que en (1) son numéricos ahora son operadores que actúan sobre los estados de partículas y satisfacen las siguientes reglas de conmutación:

$$\text{Fermiones} \qquad \left\{ \hat{c}_i , \hat{c}_j^+ \right\} = \delta_{ij} \qquad (2)$$

$$\text{Bosones} \qquad \left\{ \hat{c}_i , \hat{c}_j^+ \right\} = \delta_{ij} \qquad (3)$$

donde $\hat{c}_i^+$ es el operador adjunto (hermítico conjugado) de $\hat{c}_n$, y

$$\left\{ \hat{A} , \hat{B} \right\} = \hat{A}\,\hat{B} + \hat{B}\,\hat{A}$$

$$\left\{ \hat{A} , \hat{B} \right\} = \hat{A}\,\hat{B} - \hat{B}\,\hat{A}$$

y la delta es la de Kronrcker.

Los estados de las partículas se escriben en la notación de Dirac

$$| n_i \rangle$$

n_i es el número de partículas que ocupan el estado definido por i. Definimos el operador de número;

$$\hat{n}_i = \hat{c}_i^+ \hat{c}_i$$

para fermiones y bosones, de tal manera que $|n_i\rangle$ es estado propio del operador $\hat{n}_i$:

$$\hat{n}_i |n_i\rangle = n_i |n_i\rangle$$

Fermiones

De la propiedad (2) de los operadores de fermiones deducimos que

$$n_i = 0, 1$$

lo que quiere decir que el espacio está ocupado o está ocupado a lo más por una partícula lo cual está de acuerdo con el principio de Pauli. Además.

$$\hat{c}_i | 1 \rangle = |0\rangle$$

$$\hat{c}_i^+ | 0 \rangle = |1\rangle$$

Entonces $\hat{c}_i$ desocupa al estado que tenía una partícula y $\hat{c}_i^+$ crea una partícula en el estado que estaba desocupado. $\hat{c}_i$ es un operador de aniquilación y $\hat{c}_i^+$ es un operador de creación.

Bosones

De la propiedad (3) para bosones se deduce que

$$n_i = 0, 1, 2...$$

lo cual indica que el estado puede estar desocupado o puede ser ocupado por cualquier número de partículas, esto viola el principio de Pauli y es lo correcto para bosones. También de (3) se encuentra que [1]

$$\hat{c}_i | n_i\rangle = \sqrt{n_i}\ |n_i - 1\rangle$$

$$\hat{c}^+_i |n_i\rangle = \sqrt{n_i + 1}\ | n_i + 1\rangle$$

$\hat{c}_i$ elimina una partícula del estado i y $\hat{c}_i^+$ aumenta la ocupación del mismo. Así $\hat{c}_i$ es un operador de aniquilación y $\hat{c}^+_i$ es de creación.

Antipartículas

Otra de las características de la teoría cuántica de campos es que predice la existencia de antipartículas asociadas a las partículas normales. Así, el positrón o electrón positivo es la antipartícula del electrón normal. Por lo general la antipartícula tiene una carga contraria a la de la partícula, aunque eso no sucede para las partículas neutras. En cualquier caso, cada partícula tiene su antipartícula, lo cual está bien comprobado experimentalmente.

Ecuaciones cuántico-relativistas

Las ecuaciones relativistas equivalentes a la ecuación de Schrödinger son la de Dirac para fermiones y la de Klein-Gordon para bosones.

La ecuadión de Dirac para fermiones libres es[2]

$$\left(i\, \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + m\right) \phi(x) = 0$$

y en el espacio de momentos es

$$(\gamma_\mu p^\mu - m)\ u(p) = 0$$

m es la masa del fermión, p su cuadrimomento: $p = (E, \vec{p})$, $x = (t, \vec{x})$ la posición en el espacio tiempo y γ_μ una matríz (4 X 4). La solución u(p) es una matriz columna (4 X 1) y es llamada espinor, porque contiene información sobre el espín de la partícula. Para antifermiones la ecuación de Dirac es

$$(\gamma_\mu p^\mu + m)\ v(p) = 0$$

Para los bosones la ecuación de Klein-Gordon es[3]

$$\left(\frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m^2\right) \phi(x) = 0$$

donde m es la masa del bosón, $\phi(x)$ una función escalar de la posición espacio— temporal $x = (t, \vec{x})$.

Campos

El campo para los fermiones, tomando en cuenta todo lo anterior, es

$$\hat{\psi}(x) = \frac{1}{(2n)^{3/2}} \sum_i \left(\frac{m}{Ei}\right)^{1/2} \left[\hat{a}_i u_i e^{ipx} + \hat{b}_i^+ v_i e^{-ipx}\right]$$

el factor fuera de la suma es para normalización, E es la energía del estado y

1 Se encuentra que a mayor n_i, mayor es la probabilidad de que el estado i sea ocupado.

2 La ecuación de Dirac es para fermiones de espín 1/2.

3 La ecuación de Klein-Gordon describe bosones de espín cero.

$$p \quad x = E\,t - \vec{p} \quad \vec{x}$$

$\hat{a}_i$ aniquila fermiones y $\hat{b}_i^{+}$, crea antifermiones; u_i y v_i son espinores de Dirac. Para crear fermiones y destruir antifermiones usamos el operador adjunto de ψ (x).

Para bosones el campo es

$$\psi(x) = \frac{1}{(2n)^{3/2}} \sum_i \left(\frac{1}{2E_i}\right)^{1/2} \left[\hat{c}_i e^{ipx} + \hat{d}_i^{+} e^{-ipx}\right]$$

$\hat{c}_i$ destruye bosones y $\hat{d}_i^{+}$ crea antibosones y con $\hat{\psi}$ (x) se crean bosones y se aniquilan antibosones.

Conclusiones

Hemos visto brevemente algunos hechos relativos a la teoría cuántica de campos a un nivel introductorio. El tema es muy amplio y tiene futuro. Parece ser el único camino para encontrar una teoría general de las interacciones fundamentales.

Recomendamos leer el artículo de S. Weinberg "La búsqueda de la unidad: notas para la historia de la teoría cuántica de campos", *Ciencia y Desarrollo*, CONACyT, núm. 53, 1983.

Terminamos estas notas con las palabras del físico J. J. Sakurai: "Existen muchos elementos en la teoría cuántica de campos actual que probablemente sobrevivirán, digamos, unos cien años, a partir de ahora." Estas palabras fueron escritas en 1967.