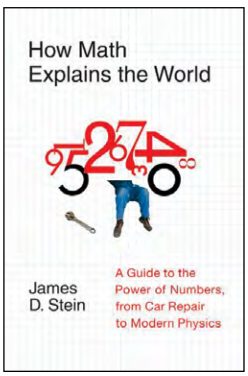
Matemáticas para comprender el MUNDO

José Antonio **González Oreja**



HOW MATH EXPLAINS THE WORLD
A GUIDE TO THE POWER OF NUMBERS,
FROM CAR REPAIR TO MODERN PHYSICS
James D. Stein
HarperCollins Publishers
Nueva York, 2008

LOS "FRACASOS" MATEMÁTICOS COMO EXCUSA

Avanzamos resolviendo problemas, y la recompensa que obtenemos por ello crece con la dificultad a solventar. Parte del atractivo de resolver un problema difícil está en el reto que supone, sin olvidar la posibilidad de lograr proezas extraordinarias. Como quiera que sea, el siglo XX nos llevó a descubrir el triple lazo que une las matemáticas con las ciencias naturales y las sociales: (1) Hay límites a lo que podemos saber o hacer en el universo; (2) también, a las verdades que podemos determinar utilizando la lógica, y (3) hay problemas que no tienen solución. Así pues, la omnipotencia y la omnisciencia podrían no existir. Ejemplos de estos límites son el principio de incertidumbre de Heisenberg, los teoremas de incompletitud de Gödel, y la paradoja de Arrow. Todas estas verdades tienen una base matemática, y sirven a James D. Stein, en *How Math Explains the World. A Guide to the Powers of Numbers, from Car Repair to Modern Physics*, como ejemplo para ilustrar la cantidad y diversidad de aplicaciones que encuentran las matemáticas en el mundo moderno.

Aplicaciones, por cierto, que habrían resultado una aberración para el genial Godfrey H. Hardy, quien desarrolló su trabajo durante la primera mitad del siglo XX y se consideraba a sí mismo un "esteta" de las matemáticas.

Hardy, que había dedicado su vida a la búsqueda de patrones entre los números, quería ser recordado como pueden serlo un músico, un pintor o un poeta en su intento por crear belleza. Según Stein, la clave para realizar descubrimientos matemáticos y científicos relevantes es la capacidad para revelar los patrones ocultos en la naturaleza. Ahora bien, el trabajo de los matemáticos y de los científicos en busca de patrones naturales difiere de la labor de otros creadores, pues los matemáticos podrían estar trabajando sobre un problema que... ¡no tiene solución! Los "tan escondidos secretos de la naturaleza" parecen frustrar los esfuerzos de los investigadores por develarlos. Sin embargo, e independientemente de la existencia del conocimiento buscado, la exploración en pos de la verdad permite realizar otros descubrimientos que resultan, quizás, mucho más prácticos.

El libro de Stein es un recorrido por muchas de estas "decepciones", y por los insospechados desarrollos a que dieron lugar. Y el primer ejemplo es el "fracaso" cosechado por la alquimia medieval en su búsqueda de la piedra filosofal. Esta empresa, lo sabemos, resultó infructuosa (así como las otras dos grandes búsquedas de los alquimistas: el "elixir de la vida" y el "solvente universal"; Trefil, 2012), pero llevó finalmente al surgimiento de la química y al desarrollo de la teoría atómica.

PROBLEMAS SIN RESOLVER

El año 2000, el Instituto Clay de Matemáticas, una fundación sin ánimo de lucro dedicada a promover el conocimiento matemático (véase http://www.claymath.org/), dio a conocer que premiaría a quien resolviese alguno de los "problemas del milenio": siete preguntas matemáticas clásicas e importantes que no habían sido resueltas en años. El premio, por cierto, no es despreciable: un millón de dólares. Entre estos problemas hay uno que está relacionado con un aspecto especialmente molesto de la vida diaria. En palabras de Stein, ¿por qué nunca se ha terminado de arreglar nuestro coche cuando el taller lo prometió? El autor utiliza la pregunta para presentar la rama de las matemáticas que se conoce como planificación (*scheduling*), cuya teoría permite, entre otras cosas, darse cuenta de que mejorar todos los componentes individuales de un proceso puede resultar contraintuitivo, e incluso contraproductivo. Y las aplicaciones de este conocimiento van, por ejemplo, desde las cadenas de montaje a los deportes de equipo.

Tras el prólogo, la obra de Stein se divide en cuatro secciones. En la I, "Describiendo el universo", Stein comienza presentando el viejo *dictum* de Protágoras, según el cual el hombre es la medida de todas las cosas... tan solo para demolerlo una fracción de segundo después. Pues, para Stein, el sofista erró por una sola letra (escrito en inglés, se entiende): *Man is not the measure of all things, but the measurer of all things!* De hecho, los ancestros de las matemáticas y las ciencias, medir y contar, han de estar entre los logros más importantes del hombre. Y la base de la actividad de contar, y de toda la aritmética, son los números naturales: 1, 2, 3... Siguiendo el rastro de los enteros positivos, Stein nos lleva a través de los conjuntos de números, y de la cardinalidad de los conjuntos finitos e infinitos, para invitarnos a pasar una noche en el extraño "Hotel de Hilbert". Y digo extraño debido a las dificultades que el hombre ha tenido, desde siempre, para enfrentarse al concepto de infinito (Kaplan y Kaplan, 2003).

Más adelante, Stein nos presenta el error de August Comte, el gran intelectual y filósofo positivista del siglo XIX. Comte escribió un tratado sobre aquellos aspectos del mundo que, a su juicio, nunca serían descubiertos, e incluyó en su lista –erróneamente– la composición química de las estrellas. Y digo erróneamente porque, gracias a la espectroscopía, técnica que comenzó a aplicarse tan solo tres años después de la muerte del filósofo, los astrónomos pudieron conocer finalmente de qué están hechas las estrellas. Vemos así, como afirmó ácidamente Niels Bohr, que "La predicción es algo difícil; especialmente del futuro". En contraste, en sus afirmaciones sobre la omnisciencia a finales del siglo XVIII, el matemático

© **Enrique Soto.** Asuán, 2018.

Pierre Simon de Laplace había enunciado la quintaesencia del determinismo científico al suponer que conociendo la posición y el *momentum* de todos los objetos del universo podríamos conocer su futuro con exactitud. Sin embargo, al menos una parte de nuestra incapacidad para predecir el futuro se debe al ya mencionado principio de incertidumbre de Heisenberg, así como a otros conceptos propios de la mecánica cuántica. Podríamos afirmar, con Stein, que el universo nos impide saber cómo serán las cosas en el futuro... al ocultarnos cómo son las cosas en el presente.

Por cierto que Stein dedica todo el capítulo 3 a analizar las consecuencias que la mecánica cuántica ha causado, ya, en la vida del ciudadano promedio. Para Stein, la mecánica cuántica ha cambiado nuestras vidas, tecnológicamente, científicamente y filosóficamente, más que ninguna otra rama de la física (quizás solo por detrás de la teoría clásica del electromagnetismo), y se ha convertido en un potente generador de nuevas ideas y puntos de vista que han desafiado nuestra comprensión intuitiva sobre la realidad del mundo. De nuevo en palabras de Bohr: "Si la mecánica cuántica no te ha impactado profundamente, entonces es que todavía no la has comprendido". Para ahondar más en esta forma de extrañarse ante la realidad del mundo, Stein cita a Sir Arthur Eddington: "El universo no es solo más extraño de lo que imaginamos, es más extraño de lo que podemos imaginar". Para Stein, en la historia de la ciencia solo ha habido otro episodio tan revolucionario como la mecánica cuántica: aquel en el que Anton van Leeuwenhoek examinó bajo el microscopio, por primera vez, el mundo animado que habitaba dentro de una gota de agua, lo que le permitió observar formas de vida nunca antes conocidas y abrió las puertas a todo un reino de *animálculos* completamente inesperado. (Para saber más sobre la importancia del microscopio en el desarrollo histórico de la biología puede consultarse, entre otras, la obra de Croft [2006]).

HERRAMIENTAS PARA CONOCER EL MUNDO

La parte II del libro de Stein, "La caja de herramientas incompleta", combina con acierto análisis históricos, apuntes biográficos y conocimientos matemáticos. El acto comienza cuando aparece en escena la mística y poderosa escuela pitagórica, cuyo lema, "Todo es número", reflejaba su visión del mundo. Para los seguidores de Pitágoras, el universo estaba construido a partir de números enteros, o de sus proporciones. Pero la cosmología de la escuela pitagórica se evaporó en la nada tras un descubrimiento que transformaría profundamente el pensamiento del mundo civilizado. La raíz cuadrada de dos ($\sqrt{2}$) no puede expresarse como la proporción entre dos números enteros, pues forma parte de una clase (entonces) nueva de números: los números irracionales. Nótese que los seguidores de Pitágoras llamaban número (*arithmos*) solo a los números enteros, o a fracciones ordinarias (Hosch, 2011). Con el humor que impregna su obra, Alsina (2008) nos recuerda el fatal destino de Hipassus de Metapontum, el pitagórico a quien debemos el descubrimiento original de que la diagonal de un cuadrado y el lado de este no podrían medirse repitiendo una misma unidad un número entero de veces. En parte como consecuencia de este descubrimiento, los matemáticos de la Antigua Grecia dejaron atrás sus pensamientos aritméticos y volvieron la vista hacia las deducciones lógicas de la geometría, formalizadas por primera vez por Euclides. De este modo, se vio que la aritmética era insuficiente para los propósitos de la geometría. Algunos de los problemas que intrigaron a los geómetras de la época pasaron a la historia de las matemáticas: es el caso de la resolución, con regla y compás, de la duplicación del cubo, la cuadratura del círculo y la trisección del ángulo, que perduraron en el tiempo y llamaron la atención de muy numerosos matemáticos. La importancia histórica de estos tres problemas está en las muchas cuestiones que se desarrollaron y resolvieron buscando su solución, lo que llevó al matemático alemán Felix Klein a decir que "Se buscó hierro y se encontró oro" (López Pellicer, 2005).

La caja de las herramientas matemáticas necesarias para conocer el mundo siguió enriqueciéndose a lo largo del tiempo. Stein nos muestra cómo contribuyó a esta ampliación la búsqueda de soluciones a las ecuaciones polinómicas, como $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ (la ecuación general de un polinomio de tercer grado, o cúbico). Aunque esta búsqueda puede llevarse tan atrás en el tiempo como hasta el Antiguo Egipto y Babilonia, solo tuvo sus frutos cuando varios matemáticos brillantes de la Italia del Renacimiento se embarcaron en la solución de la función cúbica. Y es aquí cuando el libro de Stein incorpora elementos que uno no espera encontrar en un libro de matemáticas, pero que resultan bienvenidos. Scipione del Ferro, Nicolo Fontana (mejor conocido como Tartaglia, por su tartamudez), Girolamo Cardano y Ludovico Ferrari interpretaron una historia en la que no faltaron desafíos y duelos al amanecer, juicios por herejía, veneno, juramentos violados, ejecuciones por asesinato y secretos rotos. Una historia quizás más propia de un libro como *El código Da Vinci*... pero que permitió no solo resolver los polinomios de tercer grado, sino también los de cuarto grado (*i.e.*, funciones cuárticas).

INFORMACIÓN

La sección III de *How Math Explains the World*, "Información", comienza con la conocida Ley de Murphy: si algo puede ir mal, irá mal. Y es entonces, después de introducir las nociones de probabilidad y aleatoriedad, cuando Stein presta atención a la teoría del caos, la rama de las matemáticas desarrollada en la segunda mitad del siglo XX a partir del trabajo de pioneros como Edward Lorenz que se ha convertido en el emblema matemático de nuestra era (Paulos, 1991).

Ha sido, precisamente, la teoría del caos la que nos ha permitido comprender que hay dos grandes clases de fenómenos impredecibles: los impredecibles *per se* (*i.e.*, estocásticos, aleatorios), y los que nos resultan impredecibles tan solo porque no podemos obtener información suficiente como para resolver el problema. El fenómeno del caos es un comportamiento determinista observado en ciertos sistemas; el problema con el caos es que no disponemos de información suficiente como para conocer con exactitud (con "exactitud exquisita", dice Stein) el estado inicial del sistema, lo que hace que las predicciones de los estados futuros sean peores cada vez. Los sistemas caóticos muestran sensibilidad extrema a las condiciones iniciales, lo que se ha popularizado con el atractivo nombre de "efecto mariposa". Hay muchos ejemplos de comportamientos caóticos, que van desde las dinámicas poblacionales del sistema depredador-presa hasta el precio de la energía en el mercado global, o la aparición de arritmias en el latido del corazón.

Cambiemos drásticamente de aires, e imaginemos la siguiente escena. En el verano de 1847,

© **Enrique Soto.** Asuán, 2018.

el joven William Thompson está de vacaciones en los Alpes, y en su travesía de Chamonix al Mont Blanc se encuentra con una pareja tan extraña que, como él mismo, solo podrían ser ingleses. Un hombre transporta un enorme termómetro, acompañado de una dama en un carruaje. Entonces el joven Thomson, que terminaría siendo Lord Kelvin, entabla una conversación con la extraña pareja: el hombre era James Prescott Joule y la mujer, su esposa, que disfrutaban de su luna de miel. Joule, que habría de ser uno de los físicos más notables de su época, había dedicado una parte de su vida a establecer el hecho de que, cuando una masa de agua cae 778 pies (algo más de 236 m), su temperatura se eleva un grado Fahrenheit. Ahora bien, Inglaterra no es rica en cascadas de agua, así que, ahora que estaba en los Alpes, no iba a dejar que un detalle "tan insignificante" como su propia luna de miel se interpusiera entre la verdad científica y él. Escena que sirve a Stein, por cierto, para exponer las ideas dominantes en el siglo XIX relacionadas con la energía. Este es el espacio que el libro reserva a Nicolas Carnot (con los aportes más aplicados), Joule (los enfoques más experimentales) y Ludwig Boltzman (los más teóricos), y sus explicaciones de las leyes de la termodinámica. En breve: podríamos entender la primera ley de la termodinámica diciendo que no puedes ganar; y la segunda, que ni siquiera puedes quedar empatado (pues en los procesos reversibles siempre se registra un aumento de la entropía). El propio Boltzman, quien fue uno de los arquitectos de la mecánica estadística, se dio cuenta de que, al hablar de la entropía, estamos hablando de la cantidad de información que tenemos sobre el número de posibles microestados ligados a un macroestado cualquiera de ese mismo sistema. Cuantos más microestados sean posibles dentro de un macroestado, menos podremos decir con precisión sobre los componentes individuales del sistema. A medida que la entropía crece, la información que tenemos sobre el estado del sistema decrece.

ERRORES DEL SISTEMA Y PROBLEMAS SIN SOLUCIÓN

La sección IV y última del libro, "La utopía inalcanzable", siembra dudas en el lector. A la luz de los conocimientos matemáticos, que se remontan al siglo XVIII del marqués de Condorcet, Stein muestra que no hay un sistema de elecciones ideal, ya que el voto democrático de todos y cada uno de nosotros no puede traducirse de un modo justo en las preferencias de la sociedad de la que formamos parte. El método que sigamos para determinar el ganador altera los resultados obtenidos en las elecciones. Y esto afecta, también, a la distribución de los recursos necesarios para combatir el terrorismo (o el tráfico de drogas) en el mundo, o luchar contra la pobreza, o aumentar la educación. Kenneth J. Arrow demostró a mediados del siglo XX que, al elegir entre más de dos opciones, no hay un procedimiento infalible para determinar las preferencias de un grupo a partir de sus elecciones individuales que garantice el cumplimiento simultáneo de ciertas condiciones mínimas (Paulos, 1991).

El teorema de Arrow suele expresarse en lenguaje no matemático con la frase “Ningún sistema de voto es justo”. En todo caso, Stein no quiere terminar su libro (ni yo este artículo) con la extraña sensación que dejan las utopías inalcanzables, como la democracia perfecta. En palabras del autor: las matemáticas y la física nos han mostrado que hay cosas que no podemos saber y metas que no podemos lograr; pero esto no implica que, por el hecho de que la utopía no sea posible, la distopía sea inevitable. Las ciencias y su lenguaje, las matemáticas, seguirán investigando el mundo que conocemos y los mundos que pensamos posibles.

Para completar su libro, Stein dedica el capítulo 14 a exponer algunas de las posibles vías por las que se desarrollará el conocimiento científico y matemático del futuro. No hay duda de que, con la posibilidad de un universo de múltiples dimensiones y la naturaleza del mundo cuántico todavía sin resolver, parte de dicho desarrollo seguirá estos derroteros. Además, es un campo abierto a la especulación, y no hay que olvidar que a medida que los matemáticos y los físicos envejecen... ¡se convierten en filósofos! Por otro lado, la historia de las matemáticas muestra que algunos de los problemas se han resuelto inventando nuevas herramientas. Es el caso de la solución de los polinomios de grado superior al cuarto, que solo fue posible hallando otras respuestas más allá de las raíces para expresar ciertos números. Para Stein, las proposiciones indecidibles entran en esta categoría, y podrían resolverse con el desarrollo de nuevos marcos de trabajo y pensamiento.

Ahora bien, Stein no se olvida de los problemas que no podemos resolver por nuestra incapacidad para obtener información necesaria y suficiente, ni de los problemas en los que estamos preguntando demasiado. Quizás pertenezca a esta categoría el empeño de algunas de las más grandes mentes de la historia por probar la existencia de Dios. Empeño al que se han contrapuesto, por cierto, mentes igualmente brillantes que se dedicaron a probar la inexistencia de Dios. En palabras de Stein, unos y otros tiene algo en común: a pesar de lo refinado que puedan llegar a ser sus argumentos al respecto (y algunos son profundamente matemáticos; véase, por ejemplo, la explicación de Ellenberg, 2014, que involucra elementos de estadística bayesiana), ambos han fallado a la hora de convencer a la otra parte (pero véase Paulos, 2008). Es difícil pensar en una prueba matemática con mayores repercusiones públicas que esta (si alguno de los dos bandos la tuviera, claro).

Pero creo que este artículo ya ha crecido demasiado, y que esto es harina de otro costal.

REFERENCIAS

Alsina C (2008). *El Club de la Hipotenusa. Un paseo por la historia de las matemáticas a través de sus anécdotas más divertidas* (171 pp). Ariel, Barcelona.

Croft WJ (2006). *Under the Microscope. A Brief History of Microscopy* (138 pp). World Scientific, New Jersey.

Ellenberg J (2014). *How not to Be Wrong. The Power of Mathematical Thinking* (480 pp). Penguin, New York.

Hosch WL (Ed.) (2011). *Math Explained. The Britannica Guide to Algebra and Trigonometry* (279 pp). Britannica Educational Publishing, New York.

Kaplan R, Kaplan E (2003). *The Art of the Infinite: The Pleasures of Mathematics* (324 pp). Oxford University Press, Oxford.

López Pellicer M (2005). *La Estructura Racional del Pensamiento Matemático. El Infinito Matemático.* Real Academia de Ciencias. Recuperado de: http://www.rac.es/ficheros/doc/00352.pdf.

Paulos JA (1991). *Beyond Numeracy. Ruminations of a Numbers Man* (285 pp). Alfred A. Knopf, New York.

Paulos JA (2008). *God. A Mathematician Explains Why the Arguments for God Just Don't Add Up* (158 pp). Hill and Wang, New York.

Scott AC (2007). *The Nonlinear Universe. Chaos, Emergence, Life* (364 pp). The Frontiers Collection. Springer, Heidelberg.

Trefil J (2012). *Science in World History* (160 pp). Themes in World History. Routledge, New York.

José Antonio González Oreja
Facultad de Ciencias Biológicas, BUAP
jgonzorj@hotmail.com