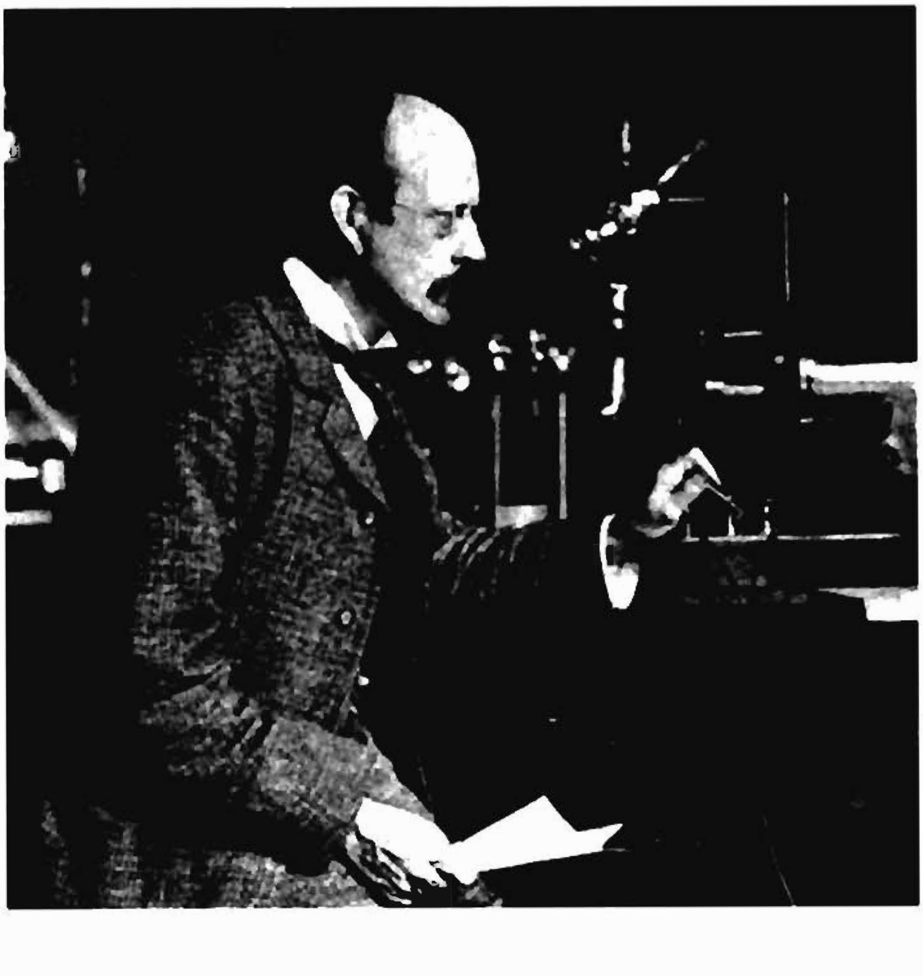
HACIA LA UNIDAD DE FUERZAS EN EL UNIVERSO
la. parte

*Arnulfo Zepeda, José Luis Lucio**



Elementos No. 3, año I, Volumen I. Impreso en México.

Presentación

El acontecimiento más importante dentro de la física de altas energías durante los últimos años fue el descubrimiento de las partículas $W^{\pm}$ y Z^{0}. El propósito de este artículo es hacer una reseña histórica que permita entender por qué se inició la búsqueda de éstas y la influencia de este descubrimiento en la concepción de las teorías sobre la interacción entre las partículas elementales.

Interacciones, cambios y quanta

Existen cuatro tipos de interacciones, es decir, hasta ahora se han identificado experimentalmente cuatro tipos de fuerzas básicas que actúan entre las partículas elementales: gravitacionales, electromagnéticas, fuertes y débiles. Dos de ellas son muy familiares a nosotros. Por una parte, están las gravitacionales que son responsables de nuestro peso, así como de que la tierra gire alrededor del sol y la luna alrededor de la tierra. Por otra parte, están las electromagnéticas, bajo cuya acción se forman los átomos y la materia se organiza en la forma en que la vemos; por ejemplo en células y demás formas de vida. Estos dos tipos de fuerza tienen la característica común, que es de hecho la razón por la cual podemos percibirlas directamente, de ser de alcance infinito. Es decir, si colocamos dos partículas, masivas en el caso de interacciones gravitacionales y cargadas eléctricamente en el de interacciones

* Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
Apartado Postal 14-740, 07000
México, D.F.

electromagnéticas, separadas a una distancia arbitrariamente grande pero finita, existirá una fuerza entre ellas.

La manera en que una partícula ejerce una fuerza sobre otra, colocada a cierta distancia, nos lleva a introducir el concepto de campo como una cantidad o potencial que se extiende sobre todo el espacio y que representa la interacción. Una concepción más adecuada es considerar que tal campo está cuantizado, es decir, que la transmisión de energía que se lleva a cabo entre las dos partículas debidas a la interacción se realiza en forma discreta, o sea en quanta de energía. Desde este punto de vista conocido como teoría cuántica del campo, la acción a distancia entre dos partículas se reemplaza por el intercambio de quanta. Sin embargo, el proceso en el cual una partícula emite o absorbe un quantum de masa μ y momento k está inhibido, ya que la conservación de la energía es violada por una cantidad $\Delta E = (k^2c^2 + \mu^2c^4)^{1/2}$, donde c es la velocidad de la luz. Este proceso debe tener una duración máxima Δt determinada por el principio de incertidumbre de Heisenberg $\Delta t \approx \hbar/\Delta E$. Por lo tanto, el quantum recorrerá una distancia $\Delta \ell$ que satisface la relación

$$\Delta \ell = \Delta t v < \Delta t c = \frac{\hbar c}{\Delta E} < \frac{\hbar c}{\mu c^2} = \frac{\hbar}{\mu c}$$

Por lo tanto, el alcance de la fuerza que es medida por quanta de masa μ es $\hbar/\mu c$. Dado que las interacciones electromagnéticas y gravitacionales son de alcance infinito concluimos que los fotones y los gravitones, quanta de la interacción electromagnética y gravitacional respectivamente, deben ser no masivos.

Simetrías de norma y electrodinámica cuántica

De las interacciones antes mencionadas la electromagnética goza de una posición favorecida debido a que existe una teoría de primeros principios que describe satisfactoriamente los aspectos de este tipo de fenómenos. Más aún esta teoría ha conducido a importantes predicciones que con el tiempo han sido comprobadas experimentalmente, como es el caso de la existencia del positrón (partícula con las mismas propiedades que el electrón excepto que es de carga positiva. Su existencia fue predicha por Dirac en 1930 y fue observado en 1933).

El éxito obtenido por la teoría electromagnética sugiere generalizarla, es decir aislar los elementos fundamentales que intervienen en su formulación y aplicar principios similares en la construcción de teorías que describan las otras interacciones. De hecho ésta ha sido la manera en que ha evolucionado la teoría de las partículas elementales, al menos hasta la construcción de la teoría que unifica las interacciones electromagnéticas y débiles. Para describir este proceso recordemos algunos detalles de la electrodinámica.

Los elementos que intervienen en la formulación de la electrodinámica son: la mecánica cuántica, la relatividad especial y las simetrías. En lo que sigue nos concentraremos en discutir las simetrías, dado que éstas juegan un papel central en el desarrollo que deseamos describir.

Werner Heisenberg

Simetrías globales

Todos adquirimos una noción intuitiva del concepto de simetría a través de la experiencia cotidiana. Sin embargo, cuando ésta es usada en la construcción de una teoría científica requiere una definición precisa. Decimos que existe una simetría si la "forma observada" es invariante cuando se aplica una transformación. Por ejemplo un cuadrado es invariante ante rotaciones de 90° respecto al centro del mismo, mientras que una circunferencia es invariante ante rotaciones arbitrarias. Un ejemplo más cercano a la física es el de una configuración de cargas: si cambiamos el signo de cada una de éstas, las fuerzas que actúan sobre ellas no se verán afectadas (en este caso la transformación es el cambio de signo de las cargas mientras que la fuerza es el invariante).

La electrodinámica tiene también otras simetrías. Consideremos una configuración estática de cargas. El campo eléctrico $\vec{E}$ producido por estas cargas se puede describir en términos del potencial escalar (voltaje) ϕ. Para ver cuál es la simetría involucrada en esta descripción de la teoría, supongamos que aumentamos en todos los puntos del espacio el potencial en una cantidad constante C. Como las diferencias de potencial entre dos puntos arbitrarios no son afectadas, entonces el campo eléctrico $\vec{E}$ no cambiará por más grande que sea C. Es decir, esta teoría es invariante ante la transformación

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x) + C$$

En el ejemplo arriba descrito en todos los puntos del espacio cambiamos el potencial por una cantidad constante C. Esto es un ejemplo de una "transformación global".

Simetrías locales

Si por el contrario en cada punto del espacio hacemos una transformación diferente

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x) + \Lambda(x) \quad ,$$

donde $\Lambda(x)$ es una función del punto del espacio considerado, entonces ésta es llamada una transformación local. Dado que en este caso las diferencias de potencial se verán afectadas, concluimos que con los elementos que tiene la teoría hasta este punto, no es invariante ante transformaciones locales. Sin embargo, sabemos que al considerar cargas en movimiento es necesario introducir el concepto de cambio magnético $\vec{B}$, y por lo tanto el concepto de potencial vectorial $\vec{A}$. Podemos arreglar ahora las cosas de tal manera que un cambio local en ϕ es compensado por un cambio local en $\vec{A}$ sin que se vean afectados los valores de $\vec{E}$ y $\vec{B}$. Es decir, el introducir el potencial vectorial $\vec{A}$ nos permite asegurar la invariancia de la teoría bajo transformaciones locales. Esta transformación simultánea de $\vec{A}$ y ϕ es llamada transformación de norma.

Hasta aquí no nos ha interesado la descripción de las fuentes, o sea de las partículas cargadas en movimiento que producen los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$, porque hemos supuesto que ésta se rige por las leyes de la mecánica clásica en las cuales interviene solamente la fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + (1/c)\vec{V} \times \vec{B})$. Sin embargo, la descripción cuántica del movimiento de las partículas se realiza en términos de la función de onda ψ y los potenciales escalar ϕ y vectorial $\vec{A}$. Surge entonces la pregunta de si la invariancia ante las transformaciones locales arriba descritas sigue siendo válida.

La función de onda que describe las partículas cargadas es en general una función compleja, es decir tiene tanto una parte real como una parte imaginaria.

Sin embargo todos los observables dependen cuadráticamente en la función de onda, por lo tanto, añadir una fase arbitraria no tiene ninguna repercusión. Expresado en otros términos, es imposible diseñar un experimento que permita determinar la fase absoluta de la función de onda. Por lo tanto, la teoría que describe únicamente partículas cargadas es invariante ante transformaciones globales de fase. Es oportuno mencionar que la simetría asociada a esta invariancia es la base de la conservación de la carga eléctrica.

Como en el caso del campo electromagnético, la siguiente etapa es preguntarse bajo qué condiciones es posible preservar esta invariancia de la teoría ante transformaciones locales de la fase. Sucede que es posible construir un campo cuyo cambio compense el de la fase de la función de onda de la partícula cargada en cada punto del espacio. Lo que es más sorprendente aún es que las componentes de ese campo pueden identificarse con los potenciales escalar y vectorial de la teoría electromagnética y que el cambio que estos campos deben sufrir al modificar la fase de la partícula cargada es precisamente el que corresponde a la transformación de norma arriba discutida. Por lo tanto el imponer que una teoría que describe un sistema de partículas cargadas sea invariante ante transformaciones locales de la fase, conduce a introducir los potenciales ϕ, $\vec{A}$, aun en el caso de que nosotros no los consideramos al comenzar a elaborar nuestra teoría.

Una manera esquemática de entender este mecanismo es la siguiente. Las partículas cargadas producen campos eléctricos y magnéticos, o sea producen potenciales escalar ϕ y vectorial $\vec{A}$. Decimos entonces que las partículas cargadas están acopladas a los potenciales electromagnéticos. En la versión cuantizada el quanta del campo electromagnético es el fotón, por lo tanto también es posible decir que el fotón se acopla a las partículas cargadas. Si tenemos una partícula cargada y la ponemos en presencia de un campo electromagnético, su estado va a ser modificado; en otras palabras, la interacción entre fotones y la partícula cargada cambia la fase de la función de onda de ésta. La teoría que describe el campo electromagnético es invariante ante transformaciones de norma locales y el campo electromagnético es el responsable de que ocurran cambios en la fase de la función de onda; estos dos fenómenos se combinan y conducen a la invariancia ante transformaciones locales de la fase de las partículas cargadas.

Resumiendo, el campo electromagnético $(\vec{E}, \vec{B})$ es invariante ante transformaciones locales del potencial ϕ, $\vec{A}$. La teoría que describe el sistema partícula cargada y campo electromagnético, es invariante ante transformaciones locales de la fase de la función de onda que describe la partícula cargada, y esta transformación determina la forma en que los potenciales ϕ y $\vec{A}$ deben modificarse. Las teorías así construidas son llamadas *teorías de norma.*

El conjunto de las transformaciones mencionadas en el párrafo anterior forma el grupo local denominado U(1), cuyos elementos en el espacio de funciones de onda de partículas cargadas se representan por fases $e^{i\theta(x)}$

$$\psi'(x) = e^{i\theta(x)}\, \psi(x)\ ;$$

mientras que en el espacio de los potenciales electromagnéticos se representan por traslaciones:

$$A_\mu = A_\mu + \partial_\mu \theta\ ;\ \mu = 0, 1, 2, 3,\ A_0 \equiv \phi$$

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu}\ ,\quad x_0 = ct$$

Decimos que estas transformaciones (y la teoría que es invariante ante ellas) son abelianas, lo cual significa que el campo vectorial o campo de norma $(A\mu)$ no tiene carga, es decir no interacciona consigo mismo. En lo que sigue describiremos otro tipo de teorías en las que el campo de norma tiene el mismo tipo de carga que el de las partículas a las que se acopla. Para llegar a ello vamos a generalizar algunas de las técnicas descritas en los párrafos anteriores.

Como primera generalización consideremos un sistema que consta de varios tipos de partículas cargadas representadas por $\psi_1, \psi_2, \ldots \psi_n$ con cargas e_1 $e_2, \ldots e_n$. Entonces recuperamos la electrodinámica cuántica si requerimos que al transformarse las funciones de onda como

$$\psi_i'(x) = e^{i\theta(x)e_i}\, \psi_i(x)\ ;\ i = 1, 2, \ldots, n$$

la teoría permanezca invariante. Para que esto suceda basta con que exista un campo vectorial no masivo A_μ (el campo electromagnético) que se transforme, como en el caso de un solo tipo de partícula cargada:

$$A_\mu' = A_\mu + \partial_\mu\, \theta(x)$$

Esta generalización puede ser ampliada al considerar transformaciones que mezclan las diferentes funciones de onda al tiempo que las multiplican por una fase

$$\psi_i'(x) = \sum_j \left(e^{i\hat{\theta}(x)}\right)_{ij} \psi_j(x)$$

En esta expresión $\hat{\theta}(x)$ y por lo tanto $M(x) \equiv e^{i\hat{\theta}(x)}$ (que debe ser entendida como su expansión en serie de potencias) son matrices de n x n. Si denotamos por ψ una columna con componentes $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n$, la ecuación anterior se puede escribir en forma matricial como

$$\psi'(x) = M(x)\ \psi(x).$$

El caso particular en que M es unitaria $(M^+ = M^{-1})$ es de particular importancia en la mecánica cuántica, debido a que así se preserva la norma de los estados.

El conjunto de matrices unitarias de dimensión n x n forma un grupo denominado U(n). El hecho de que estas matrices formen un grupo significa, en breve, que el producto de dos matrices es nuevamente un elemento del mismo conjunto y que cada uno de ellos tiene un único inverso.

Siendo M unitaria su determinante vale

$$\det M = e^{i\phi}$$

o sea es una fase. Por lo tanto si escribimos

$$M = e^{i\phi} R$$

entonces $\det R = 1$

Nótese que la fase $e^{i\phi}$ en M es por sí sola una transformación como la que aparece en el caso de electrodinámica cuántica con varios tipos de cargas. Por tal razón nos concentraremos ahora en las matrices R. El conjunto de éstas forma el grupo SU(n). Si escribimos

$$R = e^{i\hat{\theta}(x)}$$

la condición $\det R = 1$ implica

$$\mathrm{Tr}\,\hat{\theta}(x) = 0 \ ,$$

mientras que la condición $R^{+} = R^{-1}$ requiere

$$\hat{\theta}(x) = \hat{\theta}(x)^{+}$$

Es decir, las matrices $\hat{\theta}(x)$ son hermíticas y la suma de sus elementos diagonales (traza) vale cero.

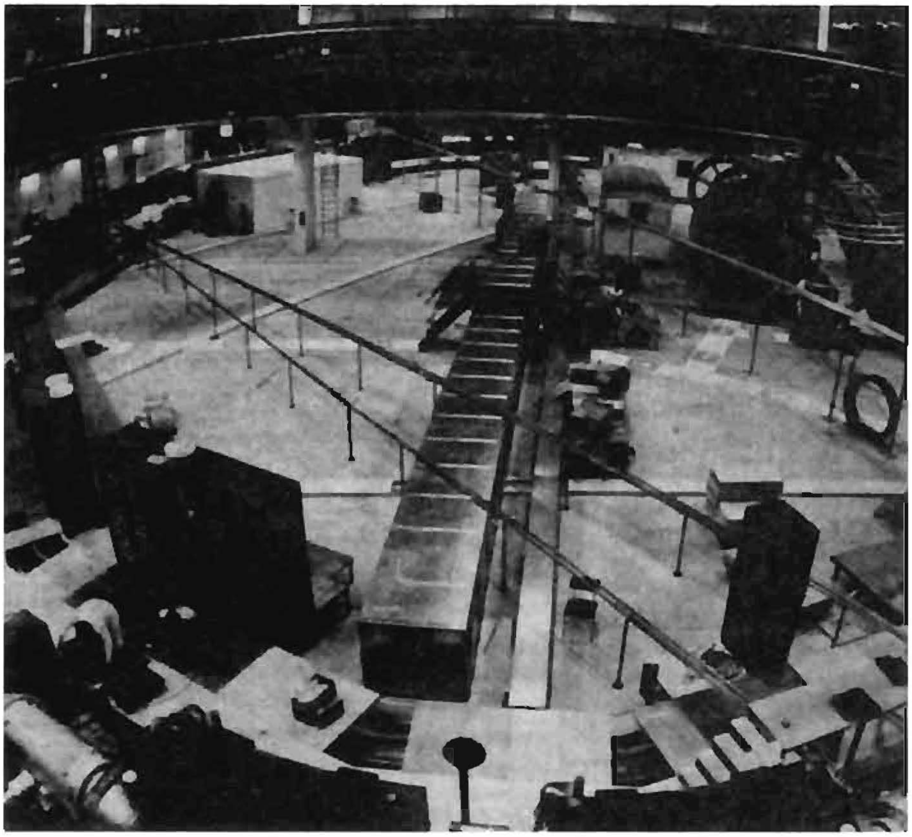
Una forma más conveniente de escribir $\hat{\theta}(x)$ es en términos de un conjunto completo de matrices G_i, hermíticos, sin traza y linealmente independientes entre sí. Este conjunto necesariamente tiene n^2-1,* elementos que llamamos generadores y en términos de ellos tenemos

$$\hat{\theta}(x) = \sum_i G_i\, \theta_i(x)$$

donde $\theta_i(x)$ son n^2-1 funciones reales. Finalmente queremos recordar que los generadores cumplen relaciones de conmutación (álgebra) del tipo $[G_i, G_j] = iC_{ijk}\, G_k$ donde C_{ijk} son constantes reales llamadas constantes de estructura, cuyo valor depende del grupo (n) considerado y del conjunto (G_i) de generadores escogido.

Después de esta breve reseña matemática volvamos a la física, para lo cual consideramos un sistema descrito por la

* Este número se obtiene contando el número de elementos independientes de una matriz de dimensión n x n, compleja, hermítica y de traza nula.



El descubrimiento de los bosones W y Z, que desempeñan un papel fundamental en las actuales teorías de física de partículas, fue realizado en el CERN en 1983.

columna ψ que agrupa n diferentes funciones de onda. En particular nosotros estamos interesados en construir una teoría que sea invariante bajo la transformación

$$\psi'(x) = M(x)\,\psi(x) = e^{i\sum_i G_j \theta_j(x)}\,\psi(x).$$

Siguiendo la analogía con la electrodinámica cuántica y dado que el conjunto de las n^2-1 G_j matrices son linealmente independientes, vemos que será necesario introducir n^2-1 campos vectoriales no masivos A^i_μ. A su vez estos campos deben transformarse de tal manera que

$$\sum_i A^{i'}_\mu G_i = \sum_i A^i_\mu\, R\, G_i R^{-1} - \frac{i}{g}(\partial_\mu R)R^{-1}$$

Esta última ley de transformación es una generalización de la que encontramos en la electrodinámica e implica que la parte de las ecuaciones que contiene solamente A^i_μ y sus derivadas debe contener necesariamente un término de autointeracción para que la teoría sea invariante. Esta autointeracción significa que los campos A^i_μ son a la vez fuentes de sí mismos y de otros A^i_μ, $j \neq i$. Esto es en contraposición a lo que sucede en la electrodinámica, donde las únicas fuentes de potenciales ϕ y $\vec{A}$ son las partículas cargadas, mientras que los ϕ y $\vec{A}$ son incapaces de reproducirse.

Resumiendo, hemos descrito una generalización de la electrodinámica cuántica a partir de la extensión del principio de invariancia de norma. Este nuevo tipo de teorías, llamadas no abelianas, se caracterizan por requerir de la existencia de varios bosones vectoriales no masivos (n^2-1 si el grupo de simetría es SU(n)) que tienen la peculiaridad de autointeraccionar. En las próximas secciones veremos que este tipo de teorías, aunque son lógicamente consistentes y muy satisfactorias desde el punto de vista estético, son inaplicables en la forma en que se les ha descrito, debido básicamente a la existencia de los bosones vectoriales no masivos. Así pues en caso que queramos insistir en la aplicación del principio de invariancia de norma para describir las interacciones observadas en la naturaleza, será necesario hacer cambios profundos en este esquema.