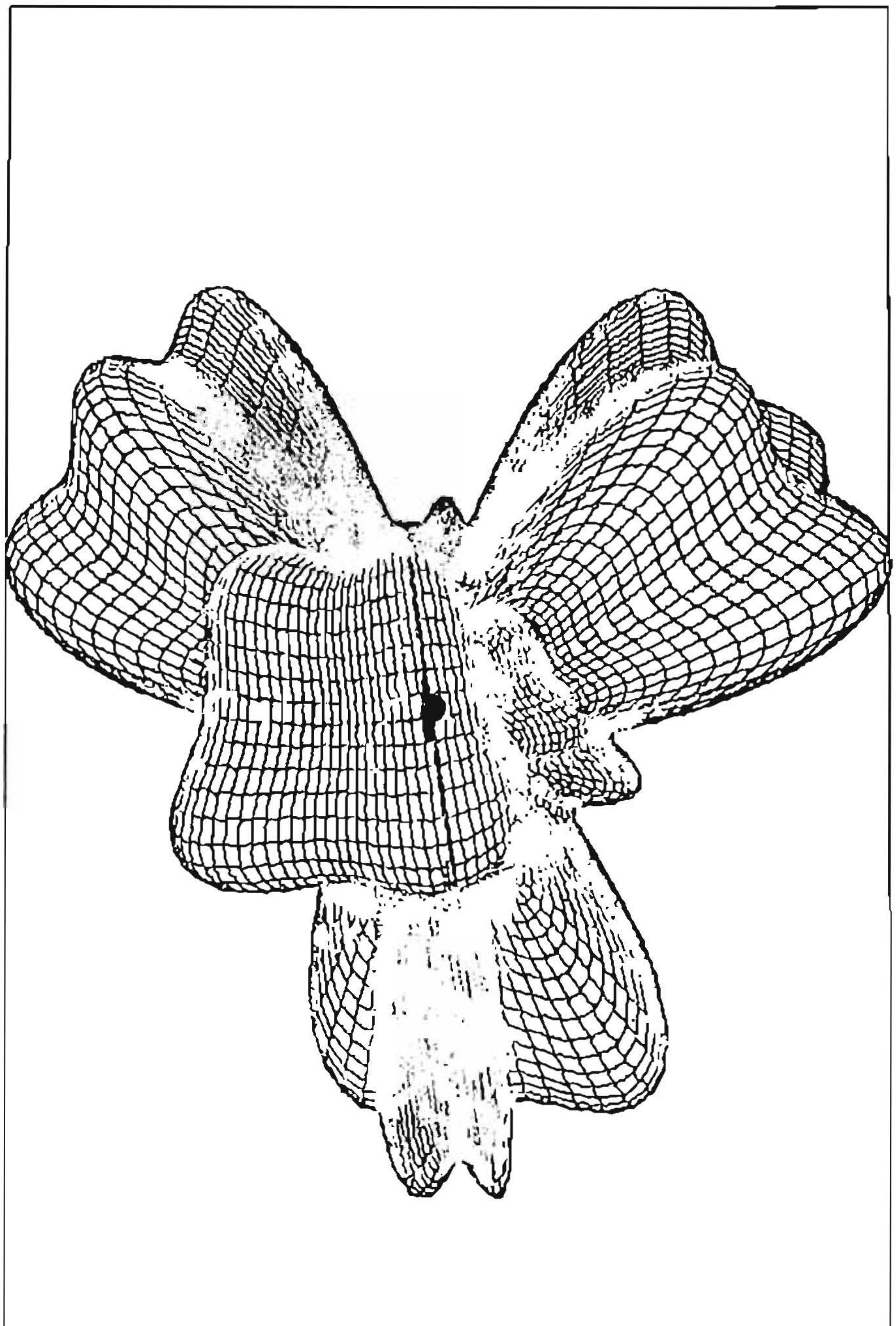
LENGUAJE PERFECTO Y LOGICISMO EN BERTRAND RUSSEL

Mauricio Beuchot*



elementos núm. 8, año 2, vol. 2. Impreso en México.

El logicismo

Impulsado por la fascinación del lenguaje matemático, y en seguimiento de Frege (pero con marcadas diferencias respecto de él), Bertrand Russell busca la construcción de un lenguaje perfecto, ideal, lógico, en el que se excluyan las ambigüedades del lenguaje ordinario.[1] Pero, a su vez, ese proyecto le servirá para subsumir la matemática en la lógica, pues la considera reductible a ella: Todas las operaciones matemáticas podrían reducirse a operaciones lógicas, y fundamentarse en ellas.

El ideal del *cálculo lógico* o del álgebra lógica se ve en Russell llevado a un alto nivel, pues no sólo la matemática sirve de modelo a la lógica, sino que la propia matemática se ve reabsorbida por ese cálculo lógico, ya que le sirve de fundamentación y base. Lo principal es que Russell trata de hacer una lógica al estilo matemático, que a su turno dé cuenta de la matemática misma. La lógica será ese lenguaje perfecto, reconstruido a partir del habla cotidiana, y que refleja la estructura o forma lógica[2] de las proposiciones o enunciados, opacada por el lenguaje ordinario.

* Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, Ciudad Universitaria, 04000 México, D.F.

Agradezco a José Antonio Robles su lectura crítica de este trabajo.

[1] Cfr. M. Beuchot, *Elementos de semiótica*, México, UNAM, 1979, pp. 53 ss.

B. Russell, *The principles of mathematicas*, London, Allen und Unwin, 1972 (9a. reimpr.), parágrafo 46.

[2] La expresión "forma lógica" está tomada de L. Wittgenstein, *Tractus logico-philosophicus*, Madrid, Alianza, 1973, par. 2.18. Russell fue influenciado por su alumno Wittgenstein durante la época del atomismo lógico, y conoció las doctrinas de éste antes de que las plasmara en su célebre *Tractatus*. . .

Ya que la consideración que hará del lenguaje ordinario superará las ambigüedades contenidas en él, concibe una *gramática lógica*; es decir, la construcción de la lógica misma como un cálculo será la estructuración de una gramática lógica que refleje la estructura de la realidad, acorde con la denominación que Russell da a su primera postura filosófica: el atomismo lógico. Hay un logicismo de base.

El logicismo tiene como una de sus características principales el tratar de reducir todo el pensamiento a la lógica, especialmente tiende a reasumir la matemática en la lógica. Pues bien, el cálculo lógico o la lógica matemática será el lenguaje perfecto que sigue una gramática filosófica o una gramática lógica; con ella se evitarán los proliferantes errores metafísicos y se tendrá un instrumento ideal para la exacta argumentación filosófica.[3] A fin de alcanzar esta gramática filosófica, o lógica matemática, hay que purificar el lenguaje ordinario de sus múltiples ambigüedades; y, por ello, el método que sigue Russell es el de la *reconstrucción* del lenguaje ordinario como lenguaje exacto. Su labor reconstructiva consiste en revelar la forma lógica o estructura lógica de las proposiciones, ya que ésta se ve obscurecida en el lenguaje ordinario. Esta reconstrucción nos haría pasar del lenguaje ordinario a un lenguaje perfecto e ideal en el que no ocurrirían tales vaguedades y equívocos.

En efecto, la forma lógica no aparece claramente en la mayoría de las proposiciones del lenguaje cotidiano. Hay que poner de manifiesto esta forma lógica analizando el lenguaje ordinario, es decir, reconstruyéndolo de una manera lógica (según una lógica entendida como cálculo o lógica matemática). Al ir efectuando una reconstrucción sistemática de las proposiciones del lenguaje ordinario, se irá configurando un lenguaje lógicamente perfecto. La proposición consta de palabras, y las palabras en la proposición suplen un hecho (u objetos formando un hecho). De acuerdo al hecho, la proposición será verdadera o falsa, esto es, la proposición y el hecho tienen la misma estructura, o la misma forma lógica. Y ésta se descubre en cuanto se llevan las expresiones a la formalización o simbolización propias del cálculo lógico.[4]

Con este arraigo en la forma lógica, toda la matemática, aun en sus aspectos más complejos, será derivada de la lógica o cálculo lógico planteado por Russell, y la misma metafísica será dependiente también de la lógica. El mundo tendría una estructura semejante a la de los *Principia mathematica* (que es como la *Summa* de lógica, escrita junto con Whitehead), ya que en esa obra suya se rescataría la forma lógica de los diversos aspectos de la realidad.[5]

Así, la "forma lógica" tiene dos sentidos: i) es lo que varias proposiciones tienen en común, el esquema sin los contenidos, la sintaxis sin el vocabulario; ii) puede atender al vocabulario además de la sintaxis, y entonces es lo que tienen de común las proposiciones con los hechos; luego, las primeras tienen forma lógica y los segundos tienen forma ontológica (que es reflejada por la anterior).[6]

El lenguaje lógico para el cálculo lógico

Así, pues, para construir su lenguaje perfecto, Russell comienza buscando la forma lógica de las *proposiciones básicas* que pueden fundamentarlo. Serán proposiciones atómicas, que designan *hechos atómicos*; las demás proposiciones serán *moleculares*. Ya que designan hechos atómicos, sus constitutivos designarán los elementos ontológicos básicos que componen los hechos.

Russell adopta un esquema relacional de la proposición. El hecho más básico o hecho atómico es una relación, y la proposición la expresa. Hay diversos tipos de relaciones que las proposiciones pueden enunciar. Relaciones monádicas: "*x* es verde" (en efecto, para Russell la proposición predicativa es una relación, y se llama monádica por tener un sólo término relativo), relaciones diádicas: "*x* es mayor que *y*", relaciones triádicas: "*x* da *y* a *z*", etc., (siguen todas las poliádicas, que se llaman así por contraste con las monádicas). De esta manera, los hechos que enuncian las proposiciones son designados por relaciones y términos (que designan individuos o particulares). Por consiguiente, las proposiciones atómicas son relacionales; los individuos y las relaciones son los *objetos simples*, que se reúnen para constituir los *hechos*, y estos últimos son los que representan las proposiciones (que tienen todas una estructura relacional).

La unidad lingüística mínima es, para Russell, la proposición. A partir de ella se pueden extraer y estudiar los elementos y compuestos del lenguaje. Por lo demás, la proposición es un tipo de oración. Hay varios tipos de oraciones: interrogativas, optativas, exclamativas, imprecativas, indicativas, etc. Si-

[3] B. Russell, "The philosophy of logical atomism", en D. Pears (ed.), *Russell's logical atomism*, London, Fontana/Collins, 1972, p. 128.

[4] B. Russell, *The principles of mathematics*, cap. 5, *Idem*, "The philosophy of logical atomism", *op. cit.*, p. 196.

[5] J.O. Urmson, *Philosophical analysis. Its development between the two world wars*, Oxford: University Press, 1969 (reimpr.), pp. 7-8; B. Russell, "Logical atomism", en D. Pears (ed.), *op. cit.*, pp. 143 ss.

[6] B. Russell, "The philosophy of logical atomism", p. 197; *Idem*, *Logic and knowledge* (ed. R.C. Marsh), London, Allen and Unwin, 1956, p. 331; R.J. Clack, *Bertrand Russell's philosophy of language*, The Hague, Martinus Nijhoff, 1969, pp. 10 ss. sobre las nociones de "forma lógica".

guiendo a Frege, Russell se queda con las indicativas como las propias de la lógica, dado que son las únicas aseverativas —y, por lo mismo, capaces de verdad o falsedad—, y las llama proposiciones. La proposición consta de palabras pertenecientes a distintas categorías sintáticas, y tiene un significado derivado de las palabras que la componen; pero, además, tiene cierto tipo de unidad en virtud de la cual es capaz de tener propiedades no poseídas por esas palabras constitutivas; y, asimismo, puede ser verdadera o falsa.

Los elementos de la proposición

Las proposiciones atómicas constan de nombres y predicados; los predicados, según se ha dicho, son relaciones, monádicas y poliádicas.[7] Los nombres se toman aquí en sentido lógico, no sólo gramatical, ya sea que designen algo individual (algo que no tiene instancias) o algo universal (es decir, algo que sí las tiene). Los nombres que designan algo individual son *nombres propios,* los que designan algo universal son *nombres de clase.* Además, los propios abarcan los particulares egocéntricos, que son expresiones tales como "esto", "eso", "yo", "tú", "aquí", "ahí", "ahora", etc. (que pueden eliminarse del lenguaje lógico, pero que Russell conserva), además, las descripciones definidas (a las que pueden reducirse los nombres propios de personas o individuos).[8]

Tenemos, pues, en definitiva, las siguientes categorías de la gramática lógica: nombres (de clase y propios), descripciones, particulares egocéntricos, predicados o relaciones y palabras lógicas.[9]

El cálculo lógico de proposiciones no-analizadas y analizadas

Aunque el cálculo lógico o lógica matemática de Russell abarca en realidad varios cálculos (de proposiciones no-analizadas, de proposiciones analizadas o de predicados, de clase, de relaciones) y toca algunos temas de capital importancia (teoría de la identidad, teoría de las descripciones, teoría de los tipos lógicos, etc.), sólo trataremos lo que consideramos lo más paradigmático de su labor: el cálculo de proposiciones no-analizadas y el cálculo de proposiciones analizadas o de predicados o de cuantores.

[7] B. Russell, *An inquiry into meaning and truth,* Harmonsworth, Penguin, 1973 (reimpr.), p. 32.

[8] "The philosophy of logical atomism", pp. 55-56.

[9] *An inquiry into meaning and truth,* p. 89.

El cálculo lógico de proposiciones no-analizadas

La lógica de proposiciones sin analizar es presentada por Russel como un sistema axiomático. Y un sistema axiomático se construye como un cálculo: con elementos primitivos y reglas. Al sistema axiomático de las proposiciones Whitehead y Russel lo llamaron "teoría de la deducción", porque en él se da formalizado el dinamismo más básico de la inferencia —en el que después se podrá encabalgar la lógica de proposiciones analizadas o de predicados. Un sistema axiomático formalizado consta de dos sistemas internos o subsistemas: i) un sistema constitutivo, que contiene los elementos y las reglas de formación de expresiones correctas, y ii) un sistema deductivo, que contiene las reglas de transformación de expresiones en otras que sigan siendo válidas y que se infieran de las anteriores.

Expondremos a continuación, muy someramente, cada uno de estos sistemas parciales con base en sus elementos y reglas.

Sistema constitutivo

En él establece Russell las definiciones de los elementos que serán piezas del cálculo, y tales definiciones se efectúan con base en elementos primitivos no definidos. Las piezas del cálculo serán, en nuestro caso, expresiones o fórmulas. Estas pueden ser simples o compuestas (o sea atómicas o moleculares). El primer tipo de reglas es el concerniente a la introducción de expresiones fundamentales. El segundo es el concerniente a la definición, mediante la cual podemos introducir expresiones atómicas nuevas. El tercero es el concerniente a la formación, estableciendo la manera como podemos formar expresiones o fórmulas bien formadas a partir de las ya dadas como correctamente construidas.

Nociones primitivas

Variables proposicionales: son símbolos de proposiciones elementales; se utilizarán las letras "p", "q", "r", "s", etc., que representarán proposiciones.[10]

Constantes proposicionales o functores: serán los símbolos de la negación y la disyunción ("$\sim$" y "$\vee$", respectivamente). Con base en la negación y la disyunción se pueden definir los demás functores.[11]

Separadores o delimitadores, es decir, símbolos que introducen cierta distinción en el alcance de los

[10] B. Russel, A.N. Whitehead, *Principia mathematica,* Cambridge, University Press, 1973 (reimpr. de la 2a. ed.), vol. I pp. 91-92.

[11] *Ibid.,* pp. 93-96. La disyunción tiene aquí sentido inclusivo.

functores. Serán los paréntesis (Russell utiliza los redondos, los corchetes y las claves), así como los puntos.

Signo de aserción: será "$\vdash$", que se antepondrá a toda proposición o fórmula aseverada.

Nociones definidas

Mediante los símbolos de la negación y la disyunción podemos definir, según lo establece Russell, los demás símbolos o functores proposicionales; así los obtendremos para nuestra lista de elementos, como símbolos definidos, y serán los siguientes:[12]

1.01. La implicación material. $p \supset q = \mathrm{df} \sim pvq$

1.02. La equivalencia material.
$$p \equiv q = \mathrm{df} \sim (\sim(\sim pvq) \vee \sim(\sim qvp))$$

1.03. La conjunción. $p.q = \mathrm{df} \sim (\sim pv \sim q)$

Reglas de formación

RF1. Una variable proposicional es por sí sola una proposición elemental del sistema, esto es, una expresión o fórmula bien formada (fbf).

RF2. Si p es una proposición elemental (fbf), $\sim p$ también lo es.

RF3. Si p y q son proposiciones elementales (fbf), pvq también lo es.[13]

Sistema deductivo

Contiene los axiomas y teoremas, a los que se puede llamar "tesis" del sistema, y además las reglas de transformación, mediante las cuales se obtienen los teoremas, a partir de los axiomas y de otros teoremas demostrados.

Axiomas[14]

1.2. A1. $\vdash : p \vee p \,.\!\supset\!.\, p$
Principio de la tautología ("Taut").

1.3. A2. $\vdash : q \,.\supset.\, p \vee q$
Principio de la adición ("Adic").

1.4. A3. $\vdash : p \vee q \,.\supset.\, q \vee p$
Principio de la permutación ("Perm").

1.5. A4. $\vdash : p \vee (q \vee r) \,.\supset.\, q \vee (p \vee r)$
Principios de la asociación ("Asoc").

1.6. A5. $\vdash :.\, q \supset r \,.\supset :\, p \vee q \,.\supset.\, p \vee r$
Principio de la suma ("Sum").

Reglas de transformación

RT1. *Sustitución por variables*: Si P es una variable de un axioma o de un teorema demostrado, puede sustituirse en ellos por cualquier variable p, q, r, etc. o por cualquier fórmula Q resultante de elementos del sistema. La nueva fórmula será un teorema.

RT2. *Sustitución por definición*: Si P es una expresión o fórmula del cálculo, axioma o teorema demostrado, puede sustituirse por cualquier expresión o fórmula Q, resultante de elementos del sistema, que le sea idéntica por definición. La nueva fórmula será un teorema.

RT3. *Regla de separación*:[15] Si P es un axioma o teorema demostrado, y $P \supset Q$ es una fórmula del sistema, entonces podemos inferir Q. Es lo que también suele llamarse regla de *modus ponendo ponens.*

Estructura de la deducción-demostración

> Russell explica cómo debe ser tal estructura: Cuando se aduce una regla general en las primeras pruebas, se deberá aducir entre paréntesis, con indicaciones, cuando esto se requiera, como para el cambio de letras que se dan

[12] Russell da gran importancia a la implicación material. Es una entre muchas de las ampliaciones que introduce en la lógica tradicional. Cfr. G. Klimovsky, "Los aportes de Russell al conocimiento científico", en J. Babini, E. Rabossi et al., *Bertrand Russell*, Buenos Aires: Ed. Ciencia Nueva, 1973, pp. 25-26; J.A. Robles, "B. Russell: Relaciones y universales", en *Crítica*, núm. 15 (1971), p. 76; *Idem*, "Teoría de relaciones universales en Bertrand Russell", en *Diánoia*, núm. 20 (1974), p. 97; M. Beuchot, "Notas sobre implicación material e intencionalidad", en *Revista Latinoamericana de Filosofía*, Buenos Aires, núm. 9 (1983), pp. 251-261.

[13] Russell-Whitehead, *op. cit.*, p. 97.

[14] *Ibid.*, pp. 96-97. Aunque les va mejor el título de "postulados", se les llamará "axiomas", para no tener que tratar aquí cuestiones de metalógica o filosofía de la lógica. Bernays mostró que el axioma 1.5 es derivable de los otros axiomas, y, así Hilbert Ackermann lo dieron por no-independiente. Por eso los axiomas del sistema de los *Principia Mathematica* se reducen, en realidad, a cuatro.

[15] Esta regla es también llamada por Whitehead y Russell "principio de la inferencia".

en la regla a letras que pertenecen al caso considerado. Así, 'TAUT $\frac{\sim p}{p}$' significará aquéllo en lo que se transforma 'TAUT' cuando se escribe '$\sim p$' en lugar de 'p'. Si 'TAUT $\frac{\sim p}{p}$' está encerrado entre paréntesis cuadrados o corchetes antes de una proposición aseverada, eso significa que, de acuerdo con 'TAUT', estamos aseverando aquéllo en lo que 'TAUT' se convierte cuando se escribe '$\sim p$' en lugar de 'p'. (. . .) Por otro lado, cuando dos conjuntos diferentes de símbolos expresan la misma proposición en virtud de una definición, por ejemplo, la definición 1.01, y uno de ellos, al cual designaremos como '(1)', ha sido aseverado, la aserción del otro se hace escribiendo '[(1) (1.01)]' antes de él, significando que, en virtud de 1.01, el nuevo conjunto de símbolos asevera la misma proposición tal como fue aseverada en '(1)'. Una referencia a una definición se distingue de una referencia a una proposición previa encerrándola entre paréntesis redondos.[16]

Deducción de teoremas[17]

2.01. $\vdash : p \supset \sim p . \supset . \sim p$

Principio de reducción al absurdo. Se lo designará como "ABS".

Demostración

$$\left[\mathrm{TAUT}\frac{\sim p}{p}\right] \vdash : \sim p \vee \sim p . \supset . \sim p \qquad (1)$$

$$[(1).(1.01)] \vdash : p \supset \sim p . \supset . \sim p$$

2.02. $\vdash : q . \supset . p \supset q$

Principio de simplificación. Se lo designará como "SIMP".

Demostración

$$\left[\mathrm{ADIC}\frac{\sim p}{p}\right] \vdash : q . \supset . \sim p \vee q \qquad (1)$$

$$[(1).(1.01)] \vdash : q . \supset . p \supset q$$

2.03. $\vdash : p \supset \sim q . \supset . q \supset \sim p$

Es una de las formulaciones del principio de transposición. Se lo desginará como "TRANSP".

Demostración:

$$\left[\mathrm{PERM}\frac{\sim p, \sim q}{p \quad q}\right] \vdash : \sim p \vee \sim q . \supset . \sim q \vee \sim p \qquad (1)$$

$$[(1).(1.01)] \vdash : p \supset \sim q . \supset . q \supset \sim p$$

2.04. $\vdash : . p . \supset . q \supset r : \supset : q . \supset . p \supset r$

Es el principio de conmutación. Se lo designará como "CONM".

Demostración:

$$\left[\mathrm{ASOC}\frac{\sim p, \sim q}{p, \quad q}\right] \vdash : . \sim p \vee (\sim q \vee r) . \supset . \sim q \vee (\sim p \vee r) \quad (1)$$

$$[(1).(1.01)] \quad \vdash : . p . \supset . q \supset r : \supset : q . \supset . p \supset r$$

2.05. $\vdash : . q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$

Es una de las formulaciones del principio del silogismo. Se lo designará como "SIL".

Demostración:

$$\left[\mathrm{SUM}\frac{\sim p}{p}\right] \vdash : . q \supset r . \supset : \sim p \vee q . \supset . \sim p \vee r \quad (1)$$

$$[(1).(1.01)] \vdash : . q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$$

2.06. $\vdash : . p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r$

Es otra formulación del principio del silogismo. Se lo designará también como "SIL".[18]

Demostración:

$$\left[\mathrm{CONM}\frac{q \supset r, \; p \supset q, \; p \supset r}{p, \quad q, \quad r,}\right] \vdash :: q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r : .$$

$$\supset : . p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r \quad (1)$$

$$[2.05] \qquad \vdash : . q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r \quad (2)$$

$$[(1).(2).1.11] \vdash : . p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r$$

2.07. $\vdash : p . \supset . p \vee p \left[1.3 \frac{p}{q}\right]$. 19

2.08. $\vdash . p \supset p$

16 Russell-Whitehead, *op. cit.*, p. 98.

17 *Ibid.*, pp. 100 ss.

18 Aquí se usa un teorema demostrado como prueba: el 2.04 designado como "CONM". Asimismo, se usa en este teorema y en 2.08 un axioma separado del grupo que hemos enunciado, que lleva el número 1.11, y al que se designa como "axioma de la identificación del tipo" (Russell-Whitehead, *op. cit.*, p. 95).

19 "Aquí no se pone nada debajo de '1.3 $\frac{p}{q}$', porque la proposición que ha de ser probada es lo que 1.3 deviene cuando *p* se escribe en lugar de *q*" (*Ibid.*, p. 101).

Demostración:

$$\left[2.05\frac{p \vee p,\ p}{q,\ r}\right] \vdash :: p \vee p . \supset . p :\supset :. p . \supset . p \vee p : \supset . p \supset p \quad (1)$$

$$[\text{TAUT}] \quad \vdash : p \vee p . \supset . p \quad (2)$$

$$[(1).(2).1.11] \quad \vdash :. p . \supset . p \vee p : \supset . p \supset p \quad (3)$$

$$[2.07] \quad \vdash : p . \supset . p \vee p \quad (4)$$

$$[(3).(4).1.11] \quad \vdash : p \supset p$$

2.1. $\vdash : \sim p \vee p$ [2.08. (1.01)]

2.11. $\vdash : p \vee \sim p$

Principio del Tercio excluso.

Demostración:

$$\left[\text{PERM}\frac{\sim p,\ p}{p,\ q}\right] \vdash : \sim p \vee p . \supset . p \vee \sim p \quad (1)$$

$$[(1).2.1.1.11] \vdash : p \vee \sim p$$

2.12. $\vdash . p \supset \sim (\sim p)$

Demostración:

$$\left[2.11\frac{\sim p}{p}\right] \vdash : \sim p \vee \sim (\sim p) \quad (1)$$

$$[(1).(1.01)] \vdash : p \supset \sim (\sim p)$$

Etcétera. . .

El cálculo lógico de proposiciones analizadas o de términos

Este es el cálculo donde Russell obtiene el mayor fruto de sus análisis de la proposición básica y la proposición compuesta. En efecto, podemos llamar "argumentos" a los términos que fungen como sujetos y "functores" a los que toman el papel de predicados, y, para no tener que detallar los predicados poliádicos, se pueden adoptar como paradigmas los monádicos. De esta manera se tiene una muestra suficiente del álgebra de cuantores o lógica de predicados.

Sistema constitutivo

Además de los elementos que se han utilizado en el cálculo de proposiciones sin analizar, se añadirán los siguientes:[20]

Variables nominales, argumentos o sujetos: son las letras "*x*", "*y*", "*z*" o "*w*".

Variables predicativas, functores o predicados: son las letras "*f*", "*g*", "*h*", "*i*" o "*j*".

Como nociones definidas, además de las establecidas para el cálculo de proposiciones sin analizar,[21] se añaden los siguientes cuantificadores:[22]

Universal: $(x) . f x . = \text{df} . \sim (\exists x) . \sim f x$

Existencial: $(\exists x) . f x . = \text{df}. \sim (x) . \sim f x$

Reglas de formación

RF1. Las variables proposicionales son fórmulas bien formadas.

RF2. Las variables nominales o argumentos adyacentes a un functor nominal o predicado son fórmulas bien formadas.

RF3. Los esquemas o matrices que resultan de la operación anterior se colocan con respecto a los functores proposicionales o conectivos análogamente a las proposiciones no-analizadas.

RF4. Un cuantificador (universal o existencial) que precede a una fórmula bien formada es una fórmula bien formada.

RF5. Ninguna variable puede ser ligada por más de un cuantificador. (Cuando una variable depende de un cuantificador, se llama "variable ligada" o "variable aparente", cuando no va ligada por un cuantificador, se llama "variable real" —y en ese caso todavía no hay proposición, sino matriz o esquema, hasta ser saturada por un cuantificador—).

Sistema deductivo

Análogamente a lo que vimos en el cálculo de proposiciones sucede ahora en el de términos o predicados, a saber, contamos con axiomas y reglas para obtener teoremas.

20 *Ibid.*, p. 130.

21 Russell añade que la definición de la implicación, del producto lógico y de la equivalencia deben transferirse, sin modificaciones —excepto que ahora determinan proposiciones analizadas— de la lógica de proposiciones a la lógica de términos (*Ibid.*, p. 131).

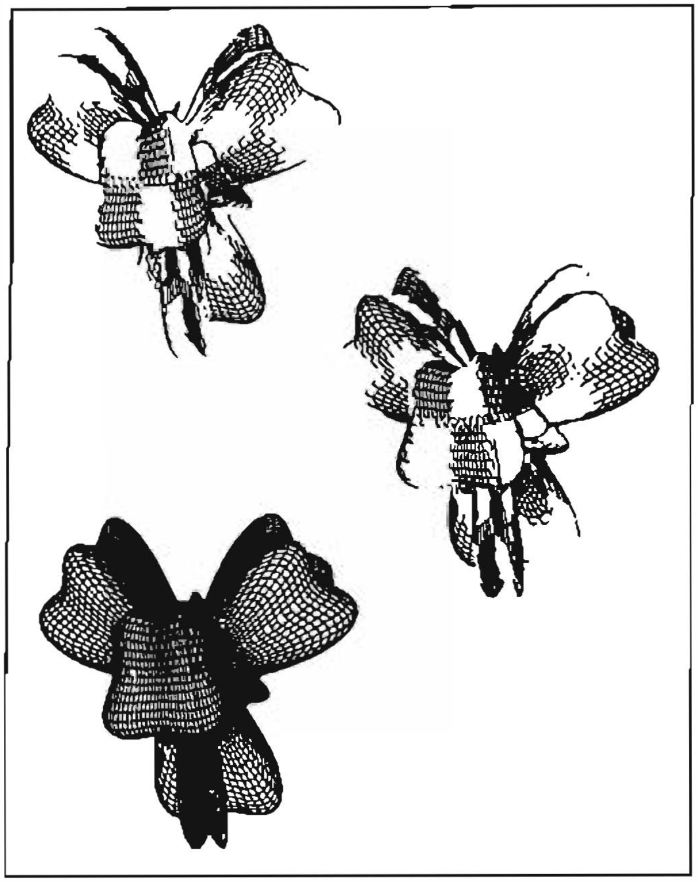
22 *Ibid.*, pp. 138-140.

Proposiciones primitivas[23]

10.1 $\vdash : (x) . fx . \supset . fy$

10.24 $\vdash : fy . \supset . (\exists x) . fx$

10.25 $\vdash : (x) . fx . \supset . (\exists x) . fx$



Reglas de transformación[24]

RT1. Regla de sustitución: nos permite intercambiar símbolos proposicionales por símbolos nominales o predicativos. Así, tenemos leyes análogas a las proposicionales. Y seguimos teniendo la sustitución por definición, al igual que en el cálculo proposicional.

RT2. Regla de separación: es, como ya hemos visto, una formulación del *modus ponendo ponens*.

RT3. Regla de universalización: dada una expresión puede deducirse de ella la misma expresión precedida por un cuantificador universal.

RT4. Reglas de reescritura de variables ligadas: dada una expresión cuantificacional, puede reescribirse cualquier letra de argumento cuantificada o letra ligada por medio de otra letra de argumento, *siempre que* esta letra de argumento no se halle ya ligada en la expresión en cuestión.

Ejemplos de deducción de teoremas.

La primera de las proposiciones que se han llamado "primitivas" es axioma, mientras que la segunda y la tercera son teoremas. Veamos cómo en el sistema de Russell, para la deducción y demostración de dichos teoremas, se aplican las reglas que se han enunciado.

10.24 $\vdash : fy . \supset . (\exists x) . fx$

Demostración:

$\vdash . 10.1 . \supset \vdash : (x) . \sim fx . \supset . \sim fy :$

$[TRANSP] \supset \vdash : fy . \supset . \sim (x) . \sim fy :$

$[(10.01)] \supset \vdash$. Prop.[25]

10.25 $\vdash : (x) . fx . \supset . (\exists x) . fx$

Demostración:

[10.1 y 10.24]

Conclusión

La participación de Russell en el desarrollo del cálculo lógico consistió principalmente en llevar al máximo el logicismo de Frege y presentar en su forma "madura" la absorción de la matemática en la lógica y la consideración de la lógica como un lenguaje perfecto, reconstruido a partir del lenguaje ordinario.

Asimismo, más allá de las aportaciones técnicas a la construcción del cálculo lógico, Russell hizo notables aportaciones teóricas en el ámbito más filosófico de la fundamentación y el análisis. Muchos de los logros de la actual lógica matemática, así como muchos de los desconciertos que desvelan a los teóricos hoy en día se deben a la agudeza y exigencia con que Russell trató el tema.

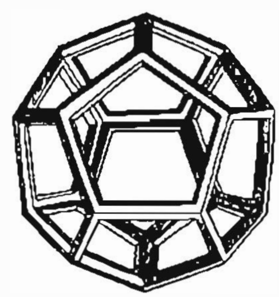
[23] *Ibid.*, pp. 140 y 143. Conservamos la numeración de Russell-Whitehead, es decir: n. 10.
[24] *Ibid.*, p. 132.

[25] 10.1 es el primer axioma; 10.01 es la definición del cuantificador existencial. La regla de transposición ha sido ya enunciada antes: n. 2.03 del sistema axiomático proposicional.

THEORIA

REVISTA DE TEORIA, HISTORIA Y FUNDAMENTOS DE LA CIENCIA

SEGUNDA EPOCA



ὁ Θεὸς ἀριθμητίζει

Colaboran en este número:
C. DE CASTRO AGUIRRE (Venezuela). - U. D'AMBROSIO (Campinas, Brasil). - C. MÍNGUEZ (Valencia). - J.M. SÁNCHEZ RON (Madrid). - E. BUSTOS (Madrid). - F BRONCANO (Salamanca). G. STAHL (París). - M. MANZANO (Barcelona). - D. SÁNCHEZ GARCÍA (Valencia). - M. BUNGE (McGill, Montreal). - J. MOSTERÍN (Barcelona). - F TOBAR ARBULU (McGill, Montreal).

Edita: CENTRO DE ANÁLISIS, LÓGICA E INFORMÁTICA JURÍDICA.

DEPARTAMENTO DE LÓGICA Y TEORÍA DE LA CIENCIA.

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y CCEE. UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO

AÑO I SAN SEBASTIÁN 1985 NÚMERO 2