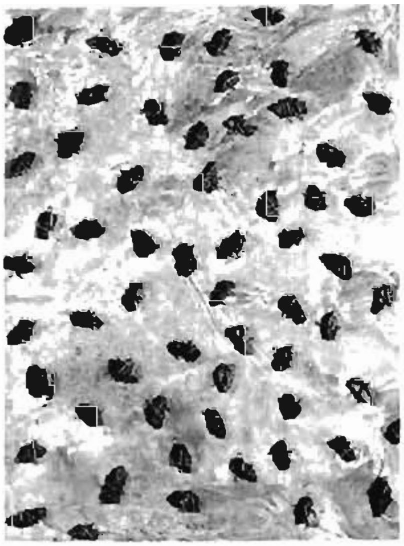
Elementos 31 (1998), 47-51

Marcos Winocur

cómo un cientista social ve las **MATEMÁTICAS**

Una tempestad se ha desatado sobre las ciencias, que es decir sobre el conocimiento humano organizado. Trastocadas, sobreviven las disciplinas clásicas como la física, la biología, las matemáticas, con nuevos y urgentes requerimientos formulados desde la ciencia aplicada. Las matemáticas se vuelcan en multitud de modelos útiles para las demás disciplinas y están presentes en los retos de la computación, la informática, la cibernética, la inteligencia artificial, términos cuyos contenidos aún no están del todo delimitados. La biología ha operado una revolución cuya terminal de ciencia aplicada es hoy la ingeniería genética. Para la física las líneas convergentes son tanto la energía termonuclear –que conduce a la usina o a la bomba– como la astronáutica, cada una con logros espectaculares.

También el impacto se ha dejado sentir al seno de las llamadas ciencias sociales. ¿Continúa siendo la historia exclusivamente el trazado del hombre de las civilizaciones? Va más allá, rebasando su periodo de doce o quince mil años. Hay una historia que no desdeña a nuestro antecesor el hombre primitivo remontándose así a dos, tres o cuatro millones de años atrás, y toma el nombre de antropología. Una historia que tampoco cesa en ese punto sino que, siempre considerándola retrospectivamente, abarca la evolución de las especies, el nacimiento y desarrollo de la vida en el planeta y también el pasado del planeta mismo, del sistema solar y del universo en su conjunto, llamándose cosmología y cubriendo un periodo estimado en quince mil millones de años a partir del *big bang*.



Y bien ¿cómo se siente el hombre de nuestros días ante estos fenómenos? ¿Aplastado por el alud de conocimientos que de pronto le cayeron encima? Más bien por la incapacidad para absorberlos. Hoy saber de todo no es una virtud.

Para dominar algo más o menos bien, para contarse en las avanzadas de una disciplina, es obligado a renunciar a todo lo demás. El hombre de hoy no puede avanzar con la sabiduría de la época, como otrora; sólo dentro de un área restringida. Es el precio de la especialización. Cuanto más, el hombre de hoy puede aspirar a saber de un poco todo y de todo un poco. Y esta segunda parte consiste en informarse superficialmente, como cualquier televidente o lector de periódicos. Lo que otrora fue conocimiento enciclopédico humanístico hoy se ha vuelto su caricatura, la *todología*. Es el drama del filósofo. Está forzado a seguir de cerca los pasos de las ciencias, de donde viene su alimento. Pero debe conformarse con síntesis, si las encuentra. Cierto, se echa mano al trabajo en equipo y a la interdisciplinaridad. Y es el camino. Un cerebro, por bien dotado que esté, no da abasto. Con esto encuentra una vía de disolución, y la tan arraigada individualidad del "yo lo descubrí, yo fui el primero" cede ante la colectivización de la inteligencia. Y estamos muchas veces sin saber distinguir las modas de los aportes, lo caduco de lo que permanece... cada vez más requeridos por la intersubjetividad, acelerados, urgidos los cerebros por ganar el conocimiento que hemos decidido nos falta sin falta.

DOS MUNDOS

Y nos quedamos pensando. La física, la biologia... sean. Una en el reino inorgánico, la otra en el reino orgánico, no cuesta imaginarlas en su lugar. ¿Y las matemáticas? Siempre inasibles pues su reino "no es de este mundo" sino de las abstracciones, en lo ideal. Allí continúan morando, sobre todo si de matemáticas puras se trata. También sobre ellas cayó la tempestad. ¿De qué manera las afectó, cuál fue la problemática a que se enfrentaron en lo que va del siglo XIX al XX y cómo ésta ha contribuido a definir su perfil? A considerar la pregunta dedicaré las páginas que siguen o, mejor dicho, a un par de cuestiones atinentes que tal vez pudiera llamarlas del infinito y de lo absoluto en matemáticas.

Y bien, desde el griego Pitágoras hace dos y medio milenios hasta Cantor, más de un matemático ha creído reconocer en su disciplina las huellas de lo divino. En el primer caso por la supuesta exactitud del número, en el segundo por considerarse a las matemáticas como infinitistas. No obstante, se trata de un rasgo derivado, que se encarga a los fundamentos, es decir, finalmente, a la filosofía. No es lo nodal de las matemáticas. Si se me preguntara por ello me remitiría a Dedekind, el hombre situado estratégicamente en lo que va de un siglo al otro: entre su antecesor Bolzano y su discípulo Cantor, que es decir: entre la paradoja del infinito y la teoría del infinito, Dedekind prueba que la primera es el fundamento de la segunda. Y bien, con él entonces diría que lo nodal en matemáticas son las relaciones.

¿Qué hago cuando numero una colección de objetos? Aplico la mente según "una capacidad general sin la cual el pensamiento es imposible. Sobre esta base única y completamente inevitable debe erigirse toda la ciencia del número" Así razonaba Dedekind.

En fin, manejo una colección de objetos cuando ya tengo a mi disposición otra colección, esta vez de números, que llamo conjunto; pero ¿cómo he llegado a poseer a éste? Precisamente, a partir de la correlación uno a uno entre objetos y números; sólo entonces arribo a la conclusión que esas colecciones tienen el mismo cardinal o, lo que es igual, que una colección ideal llamada conjunto las representa mediante un número ideal. Así, 5 vacas, 5 estrellas y 5 palos poseen

algo en común: 5. De ahí, de la comparación entre colecciones de objetos que he reunido según mis necesidades me lo imponen y sin lo cual mal podría ejercer la facultad de pensar, paso a crear la colección mental de números: en el caso el conjunto de los enteros o números de contar.

IR HACIA DIOS O HACER MATEMÁTICAS APLICADAS

En suma, las relaciones. Pero estas se complican a poco de andar. Yo estaba tentado de escribir *topos uranos*, ese otro mundo donde moran las ideas según Platón, pero más vienen a cuento los Infiernos. En los Infiernos de las matemáticas puras todos conviven aun cuando aquí en la Tierra se lleven mal: números enteros y número imaginario, álgebra tradicional y álgebras no conmutativas, geometría euclideana y geometrías no euclideanas; y los demás. ¿Están las matemáticas puras a la espera de un Bohr que encuentre lo complementario en lo contradictorio?

Mientras tanto allá arriba en los Cielos, o mejor, allá abajo en los Infiernos, un número irracional es infinito en acto al tiempo que acá, en la Tierra, es infinito en potencia. Allá es π, acá sólo sabe expresarse en términos de números racionales. Así, es únicamente operable como 3,1416..., la deducción deja suponer tras sí a un π trascendente. Infinito en acto *como si* el número irracional estuviera acabado sobre el eje (en el conjunto) de los números reales al cual pertenece. Nadie sabe dónde puesto que su progresión no toca fin y se considera que jamás lo hará, pero debe estar, todo él, allá arriba en la inconmensurable profundidad de los Cielos o allá abajo, en la inconmensurable profundidad de los Infiernos.

Entonces viene a resultar que yo, Marcos, cientista social, atrapado estoy en un dualismo: "acá-allá". Dualismo supuesto como sigue. El infinito en potencia debe ser la continuidad del infinito en el acto. Continuidad necesaria a la manera, diría Cantor, como los seres humanos lo somos del Creador. Como si el infinito en el acto habitara los Infiernos de las matemáticas puras, que piadosamente llamaré los Cielos, allá donde se guardan todos los números; y dueño de la llave, el infinito en acto fuera el Supremo Proveedor, haciéndolos caer sobre el eje de los números reales de uno en uno.

Dualismo... dos mundos. De esto me platicaron una tarde en *alcohólicos anónimos*, con acentos de narración vívida: –...que si pulque de apio, que si pulque de melón, allí quedaron tendiditos los dos; yo pedí dos sábanas a un vecino y los cubrí; me pareció poco y anduve buscando un plástico para cubrirlos porque había comenzado a lloviznar; ya era de noche y el policía me dijo: –¿Pa qué? ya total no sienten nada. Y él ¿qué sabe? ¿Qué sabe si en el otro lado los muertitos no sienten el frío que les hace aquí?

Y sin embargo mi conocimiento no pasa del infinito en potencia, acá donde la llovizna moja a los muertitos y donde lo único que puedo postular es que a a sigue $a+1$. Que así tendré al sucesor como propiedad de cada número: generar uno más a partir de la presencia de sí mismo. Que si a entonces $a+1$. Pero ¿tendré siempre a?

¿Consiste entonces la propiedad matemática en necesidades operativas? Sí. Pero los *como si* son producto de una lógica. Ella dice que el número trascendente π, relación entre diámetro y circunferencia, es tan número como el número 1, sólo que inconmensurable. ¿De qué se trata? De asumir un infinito en acto cuya índole escapa a la percepción pero que atrapo luego en la deducción: *debe* ser y *debe* corresponder a lo que "acá" manejo, mi infinito en potencia. Y hago *como si*. *Como si* el infinito en acto existiera. Entonces...

...el mundo de las matemáticas resulta de la simulación de un mundo posible, allí donde lo absoluto se da por existente. Por lo demás, del mundo de las matemáticas sé por un área de superposición con el mundo físico y a partir de éste: π, valga el ejemplo, reina entre las cosas de la tierra porque las cosas de la Tierra son circunferencia y son diámetro. Y somos audaces, tentamos con π las cosas de los Cielos al lanzar una sonda al espacio exterior. Así, cuando hemos querido comunicarnos con otros mundos escogimos los referentes que con mayor probabilidad fueran comunes: π, la relación geométrica, viaja a bordo de una sonda como número hecho código universal.

Y queda en pie la cuestión del infinito o de las totalidades absolutas, sin que sea necesario ir muy lejos. Está *ab initio* de las matemáticas. El número 1 es finito individualmente considerado, pero ¿tiene sentido un número natural que no reconozca sucesor? Tan es finito 1 como es perteneciente a una serie infinita, para la cual no se sabría encontrar último número.

Todo esto me lleva hacia dos líneas de reflexión. La primera, retornando al mundo físico que dio origen al número, se plantea: la realidad ¿qué relación guarda con las matemáticas? Tal la primera línea de reflexión, que se conforma con poco: le basta relacionar matemáticas puras con aplicadas, y que estas sirvan para transformar nuestro mundo. Y la segunda, que preocupaba a Cantor: en tanto totalidad infinita los números naturales "existen en el más alto nivel de la realidad como ideas eternas en el Intelecto Divino", según lo expresara en carta a su colega Hermite, fechada en 1895.

Las matemáticas aparecen así como suspendidas entre dos realidades. Con ellas el hombre hace una lectura de lo real en la Tierra, otra lectura en los Cielos. Entre éstos y la Tierra las matemáticas puras me comunican con Dios o se vuelcan a transformar el más vasto entorno al cual el hombre pueda tener acceso. Cuestión de elegir.

RUSSELL: "NUNCA SABEMOS DE QUÉ HABLAMOS (...)"

Existe una idea difundida acerca de las matemáticas como la disciplina de lo exacto, a lo cual se llega mediante el ejercicio de la verdad. ¿Es científicamente aceptada? Los resultados que las matemáticas arrojan pueden ser exactas o no según los casos; si media el infinito no podrán ser exactos. En cuanto a los fundamentos de las matemáticas no responden a una determinada verdad, sino que pueden ser una cosa o su contraria según admitan o no la existencia del infinito en acto. Alejandro –matemático e historiador de las ciencias, mi profesor hace unos años y a quien sometía a la tortura de las consultas de un cientista social– me dijo: "Un matemático muy bien puede trabajar por la mañana a lo Cantor (infinitista) y por la tarde a lo Kronecker (finitista) sin por ello sentir remordimientos de conciencia".

En un sentido, sí, se aspira a dar con la generalidad: 1 sea 1 aquí y donde quiera. Pero esa pretensión no es absoluta. Los entes matemáticos funcionan dentro de sistemas relativos, donde unos bien pueden negar a otros. De modo que conviene no perder de vista esta idea: las verdades matemáticas, arrancando de los axiomas, son convencionales.

Así, en aritmética digo 5 y son tanto 5 vacas como 5 estrellas o 5 palos; y en álgebra, todavía generalizando más, digo *a* como un número que, satisfaciendo ciertas condiciones, tanto es 5 como 6, 7 o *n*. A esta aspiración a la generalidad anónima se agrega la comentada falta de exigencia respecto a contenidos de verdad desde la formulación de la axiomática misma, lo cual ha llevado a concluir que las matemáticas puras están integradas en su totalidad por proposiciones cuya pretensión es la siguiente: que si una de ellas es verdadera entonces las otras también lo son.

Tal condición y la señalada aspiración a la generalidad anónima ha llevado a Russell a una expresión digna de su ingenio: "Así, las matemáticas pueden definirse como la ciencia donde nunca sabemos de qué hablamos ni tampoco si es verdad lo que decimos", según lo escribe en su artículo *Las matemáticas y los metafísicos*. Cabe aclarar que *verdad* se viene empleando en el sentido de concordancia con la realidad: entre el pensar matemático y la lectura del mundo físico.

En cuanto a la exactitud, insisto, la cuestión tiene que ver con la naturaleza finita o infinita de los entes matemáticos que se manejen. No puedo pretender exactitud cuando tengo entre manos aquello fuera de toda medida, lo inconmensurable. Tal es el caso de entes infinitos como los números irracionales o los transfinitos cantorianos.

La diferenciación entre unos y otros no es absoluta. Un irracional puede ser considerado como un número de *n* número de dígitos, es decir, finito. Que está dispuesto a seguir hasta donde yo lo detenga y que toma cuerpo cuando yo lo detenga, no antes, y en ese momento es finito. ¿Su infinita potencialidad? Sólo tomo en cuenta lo que opero, su finita actualidad. A la vez, un racional puede ser considerado como un número seguido de un infinito número de ceros, agregados a su derecha... se objetará: agregar así los ceros es como sumar nada, es hacer trampas. Estaríamos de acuerdo si se tratara de un número finito de ceros. Pero se trata de un número infinito de ceros. ¿Quién sabe lo que es eso? ¿Cuál es el resultado? Mis verdades son verdades supuestas, postulados que afirmo para un sistema matemático dado, donde el resultado que advierto para *n* número de ceros lo extrapolo para infinito número de ceros. Esto, como verdad unívoca, pertenece al dominio de lo vedado a nuestras facultades.

CONCLUSIONES

Si para la creación en el comienzo fue el verbo, para las matemáticas en el comienzo son los axiomas. Un sistema de axiomas es un conjunto de enunciados indemostrables y en esto reside su virtud: constituyen el fundamento y ninguna razón que no sea ellos mismos los antecede, ninguna puede serles superior. Los axiomas se cuentan entre los dioses de las matemáticas; autores como Bourbaki en sus conocidos *Elementos (Teoría de conjuntos)* busca desmistificar al referirse al método axiomático:

> [...] no es otra cosa, hablando con propiedad, que ese arte de redactar textos cuya formalización es fácil de concebir. No se trata de una invención; pero su empleo sistemático como instrumento para nuevos descubrimientos es uno de los rasgos originales de la matemática contemporánea.

En otras palabras, los axiomas son independientes, no derivados y, como se sabe, el edificio en cada uno de sus teoremas reposa sobre ellos. Los teoremas son las demostraciones de casos posibles, cada vez más complicados, de aplicación de los axiomas. Éstos postulan lo general, los teoremas lo verifican en lo particular. Ahora bien, si es cierto que los axiomas no requieren de contenidos de verdad, una exigencia lógica los informa: no deben ser contradictorios entre sí. Puedo por ejemplo postular este sistema de axiomas:

–De un punto a otro no se puede trazar una recta.

–Somos solitarios.

–La luna no es un queso.

O puedo postular todo lo contrario:

–De un punto a otro sí se puede trazar una recta.

–No somos solitarios.

–La luna es un queso.

Lo que no puedo es postular ambos a la vez:

–De un punto a otro no se puede trazar una recta.

–De un punto a otro sí se puede trazar una recta.

–Somos solitarios.

–No somos solitarios.

–La Luna no es un queso.

–La Luna es un queso.

De modo que si la verdad no me ata, la lógica sí y desde el comienzo mismo, desde la formulación de los axiomas; y continúa haciéndolo en las demostraciones subsecuentes, en los teoremas.

Las matemáticas se han convertido en el mayor sueño del hombre, allí donde lo posible es lo real. Habitan en el *topos uranos* de Platón y de cuando en cuando son llamadas a la Tierra para cumplir un destino, sea un modelo, sea una tecnología. Así ocurrió con una de las geometrías no euclideanas, llamada por la teoría de la relatividad para la relectura del cosmos y para la bomba atómica. Los matemáticos son los grandes soñadores, sus ecuaciones se mueven blandamente, sin encontrar la resistencia que los objetos materiales oponen en la Tierra. Si acaso una preocupación les mueve, es la lógica. Pienso que a ella y a nadie más, los matemáticos rinden tributo.

NOTAS

[1] Thullier, P., "*¿Llevan las matemáticas a Dios?*" en: *Mundo científico*, Barcelona, vol. 7, No. 67, pp. 322-325 (1987).

[2] Ferrater, Mora, J., *Diccionario de filosofía*, Sudamericana, Buenos Aires, 1958, p. 978.

[3] Dauben, J.W., "Georg Cantor and pope Leo XIII: mathematics, theology and the infinite", en: *Journal of the history of ideas*, vol. 38, No. 1, USA, enero-marzo 1977, p. 94.

[4] Russell, B., "Las matemáticas y los metafísicos", en: *Misticismo y lógica*, Buenos Aires, Paidós, 1975, p. 92.

[5] Bourbaki, N., *Eléments de mathématique. Théorie des ensembles*. Hermann, París, 1970, p. E I.8.

(Marcos Winocur es investigador del Instituto de Ciencias Sociales y Humanidades de la Universidad Autónoma de Puebla.)